

Relación de ejercicios N<sup>o</sup> 4. Curso 2002-2003.

1. Señala cuáles de las siguientes ecuaciones son lineales:

(a)  $x' + 2x = \operatorname{sen} t$ ; (b)  $x' + 2t = \operatorname{sen} x$ ; (c)  $y' = x^2 y$ ;  
 (d)  $x' = e^x - [2t/(t^2 - 1)]x$ ; (e)  $x^3 y' + y = 2y$ ; (f)  $x' + t \operatorname{tg} x = x$ .

2. Sabiendo que la función  $x(t) = \frac{t}{3} + \frac{1}{9}$  es solución de la ecuación  $x' = 3x - t$ , calcula la solución de dicha ecuación que cumple  $x(0) = 2$ .

3. Si  $x(t) = t$  es solución de la ecuación  $x' + tx = t^2 + 1$ , ¿cuál es la solución de dicha ecuación que verifica  $x(1) = 2$ ?

4. Resuelve las siguientes ecuaciones lineales:

(a)  $x' + 2x = \operatorname{sen} t$ ; (b)  $y' + 2y = e^x$ ; (c)  $y' - 2y = x^2$ ;  
 (d)  $x' = e^t - [2t/(t^2 - 1)]x$ ; (e)  $xy' + y = 2x$ ; (f)  $x' + x \operatorname{tg} t = t^2 e^t \operatorname{cost}$ .

5. Resuelve los siguientes problemas de valores iniciales:

(a)  $tx' + x = 2t$ ,  $x(0) = 1$ ; (b)  $(\cos^2 x)y' = 1 - y$ ,  $y(0) = -3$ ;  
 (c)  $tx' + tx + 2x + 2e^{-t} = 0$ ,  $x(1) = 0$ ; (d)  $tx' + x = 0$ ,  $x(4) = 3$ .

6. La sala de disección de un forense se mantiene fría a una temperatura constante de  $5^\circ$  C. Mientras se encontraba realizando la autopsia de la víctima de un asesinato, el propio forense es asesinado y el cuerpo de la víctima robado. A las diez de la mañana el ayudante del forense descubre su cadáver a una temperatura de  $23^\circ$  C. A mediodía, la temperatura del cadáver del forense es de  $18.5^\circ$  C. Suponiendo que el forense tenía en vida la temperatura normal de  $37^\circ$  C, ¿a qué hora fue asesinado?

7. Un cultivo de bacterias se encuentra en estado de congelación a una temperatura de  $-40^\circ$  C. Se comienza a manipular el cultivo en un laboratorio que se encuentra a una temperatura de  $20^\circ$  C. Si al cabo de 1 minuto, la temperatura del cultivo ha aumentado  $10^\circ$  C, ¿cuánto tiempo podremos mantener la muestra fuera del congelador antes de que empiece a descongelarse?

8. Se considera el problema de valores iniciales

$$\frac{dx}{dt} = -x + 2t, \quad x(0) = 0.$$

Se pide:

- (a) Calcula  $x(t)$ .  
 (b) Dibuja la gráfica de la solución.

9. Se considera la ecuación

$$x' = t(x - 1)(x - 6).$$

Se pide:

- (a) Resuelve la ecuación.  
 (b) Calcula la solución,  $x(t)$ , que cumple  $x(0) = 5$ .  
 (c) Haz un esbozo de la gráfica de la solución obtenida en el apartado anterior.

10. Una población cumple

$$\frac{dP}{dt} = P(2 - \ln P), \quad P(0) = 10.$$

Se pide:

(a) Calcula  $P(t)$ .

(b) Dibuja la gráfica de la solución.

11. Se considera el problema de valores iniciales

$$\frac{dx}{dt} = (x - 1)(x + 1), \quad x(0) = 0.$$

Se pide:

(a) Calcula  $x(t)$ .

(b) Dibuja la gráfica de la solución.