

MATEMÁTICAS - (LDO. EN BIOLOGÍA. PRIMER CURSO)

Relación de ejercicios N° 4. Curso 2003-2004.

1. Resuelve los siguientes problemas de valores iniciales:

(a)  $x' = e^{2x+3t}$ ,  $x(0) = 0$ ;      (b)  $(\cos^2 x)y' = 1 - y$ ,  $y(0) = -3$ ;  
(c)  $x' = x^3(1+t^2)^{-1}$ ,  $x(0) = 1$ ;      (d)  $tx' + x = 0$ ,  $x(4) = 3$ .

2. Un cultivo de bacterias se encuentra en estado de congelación a una temperatura de  $-40^\circ$  C. Se comienza a manipular el cultivo en un laboratorio que se encuentra a una temperatura de  $20^\circ$  C. Si al cabo de 1 minuto, la temperatura del cultivo ha aumentado  $10^\circ$  C, ¿cuánto tiempo podremos mantener la muestra fuera del congelador antes de que empiece a descongelarse?

3. Resuelve los siguientes problemas de valores iniciales:

(a)  $x' = (x - 2)(x - 4)$ ,  $x(0) = 6$ ;      (b)  $x' = (x - 2)(x - 4)$ ,  $x(0) = 3$ ;  
(c)  $x' = (x - 2)(x - 4)$ ,  $x(0) = 1$ .

A partir de un estudio cualitativo de la ecuación diferencial, realiza un esbozo de las gráficas de las soluciones obtenidas.

4. Considera la ecuación

$$x' = (x - 1)(x - 6).$$

a) Resuelve la ecuación.

b) Dibuja el retrato de fases y estudia la convexidad de las soluciones.

c) Calcula la solución,  $x(t)$ , que cumple  $x(0) = 5$ .

d) Haz un esbozo de la gráfica de la solución obtenida en el apartado anterior.

5. Considera la ecuación

$$x' = t(x - 1)(x - 6).$$

a) Resuelve la ecuación.

b) Calcula la solución,  $x(t)$ , que cumple  $x(0) = 5$ .

6. Una población cumple

$$\frac{dP}{dt} = P(2 - \ln P), \quad P(0) = 10.$$

a) Calcula  $P(t)$ .

b) Haz un estudio cualitativo de la solución a partir de la ecuación diferencial.

c) Esboza la gráfica de la solución.

7. Considera el problema de valores iniciales

$$\frac{dx}{dt} = (x - 1)(x + 1), \quad x(0) = 0.$$

a) Calcula  $x(t)$ .

b) Haz un estudio cualitativo de la solución a partir de la ecuación diferencial.

c) Esboza la gráfica de la solución.

8. Dibuja el retrato de fases de la ecuación  $x' = \cos x$ . Además, estudia la convexidad de las soluciones.