

MATEMÁTICAS - (LDO. EN BIOLOGÍA. PRIMER CURSO)

Relación de ejercicios N^o 4. Curso 2004-2005.

1. Resuelve los siguientes problemas de valores iniciales:

(a) $x' = e^{3x+2t}$, $x(0) = 0$; (b) $x' = x^2(1+t^2)^{-1}$, $x(0) = 1$.

2. Un cultivo de bacterias se encuentra en estado de congelación a una temperatura de -40° C. Se comienza a manipular el cultivo en un laboratorio que se encuentra a una temperatura de 18° C. Si al cabo de 1 minuto, la temperatura del cultivo ha aumentado 7° C, ¿cuánto tiempo podremos mantener la muestra fuera del congelador antes de que empiece a descongelarse?

3. Resuelve los siguientes problemas de valores iniciales:

(a) $x' = (x-1)(x-3)$, $x(0) = 4$; (b) $x' = (x-1)(x-3)$, $x(0) = 2$;
(c) $x' = (x-1)(x-3)$, $x(0) = 0$.

A partir de un estudio cualitativo de la ecuación diferencial, realiza un esbozo de las gráficas de las soluciones obtenidas.

4. Considera la ecuación

$$x' = t(x-1)(x-3).$$

- a) Resuelve la ecuación.
- b) Calcula la solución, $x(t)$, que cumple $x(0) = 2$.
- c) Intenta esbozar la gráfica de la solución.

5. Una población cumple

$$\frac{dP}{dt} = 2P \ln \frac{3}{P}, \quad P(0) = 2.$$

- a) Calcula $P(t)$.
- b) Haz un estudio cualitativo de la solución a partir de la ecuación diferencial.
- c) Esboza la gráfica de la solución.

6. Considera el problema de valores iniciales

$$\frac{dx}{dt} = (x-2)(x+1), \quad x(0) = 0.$$

- a) Calcula $x(t)$.
- b) Haz un estudio cualitativo de la solución a partir de la ecuación diferencial.
- c) Esboza la gráfica de la solución.

7. Una generalización del modelo de Verhulst es el modelo de Beverton-Holt/Smith. La ecuación diferencial para este modelo es:

$$N'(t) = rN(t)\left(1 - \frac{N(t)}{K}\right)\frac{1}{1 + \alpha N(t)},$$

donde r es el parámetro malthusiano, K es la capacidad de carga y α es un parámetro no negativo.

Resuelve la ecuación, dibuja el retrato de fases y, además, estudia la convexidad de las soluciones para el caso $r = 2$, $K = 3$ y $\alpha = 1$.