Matemáticas - (Ldo. en Biología. Primer Curso)

Relación de ejercicios Nº 4. Curso 2005-2006.

1. *Resuelve los siguientes problemas de valores iniciales:*

$$(a)\quad x' = e^{3x+2t},\ x(0)=0; \quad (b)\quad x' = x^2(1+t^2)^{-1},\ x(0)=1.$$

2. *El crecimiento de una determinada especie de peces se rige por el modelo de Von Bertalanffy, esto es, si $l(t)$ indica el tamaño medio de los individuos en el instante t (medido en meses), entonces*

$$l'(t) = r(l_\infty - l(t)),$$

donde l_∞ representa el tamaño medio máximo esperado. Suponiendo que el tamaño medio

- *de la especie es de 60 cm,*
- *de nuestros peces es de 2 cm al comenzar el experimento,*
- *al cabo de 1 mes ha aumentado en 7 cm,*

¿cuándo será de 45 cm?

3. *Resuelve los siguientes problemas de valores iniciales:*

$$(a)\quad x' = (x-1)(x-3),\ \ x(0)=4; \qquad (b)\quad x' = (x-1)(x-3),\ \ x(0)=2;$$
$$(c)\quad x' = (x-1)(x-3),\ \ x(0)=0.$$

A partir de un estudio cualitativo de la ecuación diferencial, realiza un esbozo de las gráficas de las soluciones obtenidas.

4. *Considera la ecuación*

$$x' = t(x-1)(x-3).$$

   a) *Resuelve la ecuación.*
   b) *Calcula la solución, $x(t)$, que cumple $x(0)=2$.*
   c) *Intenta esbozar la gráfica de la solución.*

5. *Una población cumple*

$$\frac{dP}{dt} = 2P\ln\frac{3}{P},\ P(0)=2.$$

   a) *Calcula $P(t)$.*
   b) *Haz un estudio cualitativo de la solución a partir de la ecuación diferencial.*
   c) *Esboza la gráfica de la solución.*

6. *Considera el problema de valores iniciales*

$$\frac{dx}{dt} = (x-2)(x+1),\ x(0)=0.$$

   a) *Calcula $x(t)$.*
   b) *Haz un estudio cualitativo de la solución a partir de la ecuación diferencial.*
   c) *Esboza la gráfica de la solución.*

7. *Una generalización del modelo de Verhulst es el modelo de Beverton-Holt/Smith. La ecuación diferencial para este modelo es:*

$$N'(t) = rN(t)\big(1 - \frac{N(t)}{K}\big)\frac{1}{1+\alpha N(t)},$$

donde r es el parámetro malthusiano, K es la capacidad de carga y α es un parámetro no negativo.

Resuelve la ecuación, dibuja el retrato de fases y, además, estudia la convexidad de las soluciones para el caso $r = 2$, $K = 3$ y $\alpha = 1$.