Matemáticas - (Ldo. en Biología. Primer Curso)

Relación de ejercicios Nº 4. Curso 2006-2007.

Tema 3

1. *Determina cuáles de las siguientes funciones son solución de la ecuación diferencial que se indica:*

   (a) $x(t) = e^{-t^2/2}$, $2x' + x = 0$; (b) $x(t) = e^{-t/2}$, $2x' + x = 0$;
   (c) $y(x) = sen\ x$, $y' = xy$; (d) $y(t) = 5tg\ (5t)$, $y' = 25 + y^2$;
   (e) $x(t) = sen\ t$, $x^2 + (x')^2 = 1$; (f) $y(x) = 2x$, $xy' - y = 0$;
   (g) $x(t) = t + 1$, $(x')^3 + tx' = x$.

2. *Comprueba que la familia de funciones $x(t) = Ce^{-t/2}$ es un conjunto de soluciones para la ecuación diferencial $2x' + x = 0$. ¿Cuál de estas soluciones es la que vale 3 si $t = 2$?*

Tema 4

1. *Resuelve los siguientes problemas de valores iniciales:*

   (a) $x' = 3x$, $x(0) = 7$; (b) $x' = 3x$, $x(1) = 7$;
   (c) $x' = tx$, $x(1) = 0$; (d) $x' = tx$, $x(0) = 1$;
   (e) $x' = e^{3x+2t}$, $x(0) = 0$; (f) $x' = x^2(1 + t^2)^{-1}$, $x(0) = 1$.

2. *Se sabe que la tasa de crecimiento de un determinado cultivo de bacterias es constante, de forma que si se denota por $N(t)$ el número de bacterias (en millones) que hay en el cultivo después de t minutos, $N'(t) = rN(t)$ para algún valor de r constante.*

   Si en un principio se introducen 2.000.000 de bacterias en el cultivo (N(0)=2) y al cabo de 3 minutos el número de bacterias se ha duplicado (N(3)=4), calcula el tiempo que ha de transcurrir para tener 32.000.000 bacterias en el cultivo.

3. *La población de una determinada comunidad se rige por la ley de Malthus, es decir, si $P(t)$ es la población en el instante t, $P'(t) = rP(t)$, para algún valor de r. Si la población se duplica en 2 años, ¿cuánto tardará en triplicarse? ¿Y en cuadruplicarse?*

4. *Un estudiante portador de un virus de gripe regresa a un campus universitario aislado en el que hay 600 estudiantes. Se supone que la rapidez de propagación del virus es proporcional al número de estudiantes contagiados y al de estudiantes que quedan por contagiar, es decir, si $x(t)$ es el número de estudiantes contagiados al cabo de t días,*

   $$x'(t) = rx(t)(600 - x(t)).$$

   Determina el número de estudiantes contagiados después de 6 días si a los 4 días hay 35 enfermos en el campus.

5. *Una población de delfines sigue la ley logística*

   $$\frac{dP}{dt} = \frac{1}{2}P(1 - \frac{P}{10}),$$

   donde $P = P(t)$ representa la cantidad de dichos animales (en cientos) que hay en el instante t. Se sabe que en un principio había 800 delfines ($P(0) = 8$). Se pide:

   (a) *Calcula $P(t)$.*

   (b) *¿Crecerá la población en el futuro? ¿Se extinguirá esta especie a largo plazo?*

   Realiza de nuevo el ejercicio suponiendo que en un principio había 1200 delfines ($P(0) = 12$).