

MATEMÁTICAS - (LDO. EN BIOLOGÍA. PRIMER CURSO)

Relación de ejercicios N° 5. Curso 2003-2004.

1. Comprueba si las funciones que se indican son soluciones de los sistemas dados:

a) $x(t) = e^{-t} + 3e^{4t}$, $y(t) = -e^{-t} + 2e^{4t}$ de $\begin{cases} x' = 2x + 3y \\ y' = 2x + y \end{cases}$.

b) $x(t) = (\cos 2t)e^{5t}$, $y(t) = (\cos 2t)e^{5t} + 2(\sin 2t)e^{5t}$ de $\begin{cases} x' = 6x - y \\ y' = 5x + 4y \end{cases}$.

2. Dos especies interaccionan de forma que sus respectivas poblaciones verifican el siguiente sistema de ecuaciones diferenciales:

$$\begin{cases} x' = (44 - 5x - 3y)x \\ y' = (22 + 4x - 2y)y \end{cases}.$$

Señala la respuesta correcta:

a) En ausencia de la especie y , la especie x

(i) se extingue (ii) crece ilimitadamente (iii) crece limitadamente

b) La presencia de la especie y

(i) beneficia a la especie x (ii) perjudica a la especie x

c) En ausencia de la especie x , la especie y

(i) se extingue (ii) crece ilimitadamente (iii) crece limitadamente

d) La presencia de la especie x

(i) beneficia a la especie y (ii) perjudica a la especie y

e) La relación entre ambas especies es de

(i) antagonismo (ii) mutualismo (iii) competencia

f) Hay un estado de equilibrio positivo que es

(i) $x = 2$, $y = 1$ (ii) $x = 1$, $y = 13$ (iii) ninguno de los anteriores

3. Realiza un ejercicio análogo al anterior para los siguientes sistemas:

(a) $\begin{cases} x' = (-8 + 4y)x \\ y' = (-25 + 5x)y \end{cases}$; (b) $\begin{cases} x' = (1 - 2x + 5y)x \\ y' = (3 + 2x - y)y \end{cases}$;

(c) $\begin{cases} x' = (28 - 3x - 4y)x \\ y' = (-16 + 2x)y \end{cases}$.

4. Tres especies interaccionan de forma que sus respectivas poblaciones evolucionan según el sistema

$$\begin{cases} x' = (5 - 3y + 2z)x \\ y' = (-2 + 2x - 2z)y \\ z' = (-8 + 4x - 20y)z \end{cases}.$$

¿Qué tipo de relación existe entre las especies dos a dos? ¿Existe algún estado de equilibrio en el que no desaparezca ninguna de las especies?

5. *Discute los siguientes modelos de interacción entre especies*

$$(a) \begin{cases} x' = (20 - x + y)x \\ y' = (-2 + 2x + 2y)y \end{cases} ; \quad (b) \begin{cases} x' = (-3 - 2x + 6y + z)x \\ y' = (-2 + 2x - y + 2z)y \\ z' = (1 - z)z \end{cases} ;$$

$$(c) \begin{cases} x' = (1 - x + y - 2z)x \\ y' = (3 + 2x - 3y + z)y \\ z' = (3 + 2x - y - 3z)z \end{cases} ; \quad (d) \begin{cases} x' = (-3 - 5x - y)x \\ y' = (-2 - 3x - y)y \end{cases} .$$

Es decir, en cada sistema estudia:

- a) *cómo influyen unas especies en otras.*
- b) *qué tipo de interacción dos a dos tienen.*
- c) *cómo se comporta cada especie en ausencia de las demás.*
- d) *cuáles son los puntos de equilibrio.*
- e) *si hay estados (positivos) de coexistencia.*