Matemáticas - (Ldo. en Biología. Primer Curso)

Relación de ejercicios № 7. Curso 2006-2007.

1. Resuelve los sistemas de ecuaciones lineales cuya matriz ampliada es:

$$(a) \left(\begin{array}{ccccc} 1 & 0 & 0 & -4 \\ 0 & 1 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{4}{3} \end{array} \right), \quad (b) \left(\begin{array}{cccccc} 1 & 0 & 0 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -3 & 4 \end{array} \right), \quad (c) \left(\begin{array}{cccccccc} 1 & -2 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 4 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right),$$

$$(d) \left(\begin{array}{cccc} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right), \qquad (e) \left(\begin{array}{ccccc} 1 & 1 & 4 & 6 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{array} \right), \qquad (f) \left(\begin{array}{cccccc} 1 & 0 & -4 & 7 & 5 \\ 0 & 1 & 3 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 2 \end{array} \right).$$

2. Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones lineales:

(a)
$$\begin{cases} x+y+2z=8\\ -x-2y+3z=1\\ 3x-7y+4z=10 \end{cases}$$
, (b)
$$\begin{cases} 2x+2y+2z=0\\ -2x+5y+2z=0\\ -7x-7y+z=0 \end{cases}$$
,

$$(c) \begin{cases} -x + 2y - 4z + w = 1 \\ 3x - 3w = -3 \\ -x - y + 2z - w = -1 \\ 2x + y - 2z - 2w = -2 \end{cases}, \qquad (d) \begin{cases} 2x - 3y = -2 \\ 2x + y = 1 \\ 3x + 2y = 1 \end{cases},$$

(e)
$$\begin{cases} 3x + 2y - z = -15 \\ 5x + 3y + 2z = 0 \\ 3x + y + 3z = 11 \\ 11x + 7y = -30 \end{cases}$$
 (f)
$$\begin{cases} x - 2y + z - 4w = 1 \\ x + 3y + 7z + 2w = 2 \\ x - 12y - 11z - 16w = 5 \end{cases}$$

- 3. Da un ejemplo, si es posible, de
 - (a) un sistema lineal compatible determinado con más ecuaciones que incógnitas.
 - (b) un sistema lineal compatible determinado con más incógnitas que ecuaciones.
 - (c) un sistema lineal compatible determinado con igual número de ecuaciones e incógnitas.
 - (d) un sistema lineal compatible indeterminado con más ecuaciones que incógnitas.
 - (e) un sistema lineal compatible indeterminado con más incógnitas que ecuaciones.
 - (f) un sistema lineal compatible indeterminado con igual número de ecuaciones e incógnitas.
 - (g) un sistema lineal incompatible con más ecuaciones que incógnitas.
 - (h) un sistema lineal incompatible con más incógnitas que ecuaciones.
 - (i) un sistema lineal incompatible con igual número de ecuaciones e incógnitas.
- 4. Estudia, según los valores de a, el conjunto de soluciones de los siguientes sistemas

$$\begin{array}{rcl}
(a) \left\{ \begin{array}{rcl}
x + 2y - 3z & = & 4 \\
3x - y + 5z & = & 2 \\
4x + y + (a^2 - 14)z & = & a + 2
\end{array} \right. , \qquad (b) \left\{ \begin{array}{rcl}
x_1 + x_2 + x_3 & = & 4 \\
x_3 & = & 2 \\
(a^2 - 4)x_3 & = & a - 2
\end{array} \right. .$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 + x_2 + x_3 - x_4 = 0 \end{cases}.$$

Se verifica que

- (a) el sistema es compatible indeterminado.
- (b) el sistema es homogéneo.
- (c) $x_1 = 1$, $x_2 = 0$, $x_3 = 1$, $x_4 = 2$ es solución del sistema.
- (d) el conjunto de soluciones depende de dos parámetros.

6. Sea
$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

6. Sea $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ la matriz asociada a un sistema lineal de 3 ecuaciones con 3

incógnitas.

Se verifica que

- (a) el sistema asociado es compatible.
- (b) el conjunto de soluciones del sistema asociado es $\{(1, -s, s) \mid s \in \mathbb{R}\}$.
- (c) el conjunto de soluciones del sistema asociado depende de dos parámetros.

$$\begin{cases}
 x + 3y - 2z &= 1 \\
 2x + y + z &= 2 \\
 5x + y + 4z &= 5
 \end{cases}$$

- (a) tiene una única solución.
- (b) no tiene solución.
- (c) (1,0,0) es solución.
- (d) el conjunto de soluciones del sistema es $\{(1-s,s,s): s \in \mathbb{R}\}$.

$$\begin{cases} 3x + 2y + z + t = 4 \\ x - y + t = 2 \\ 2x + 3y + z + \alpha t = 3 \end{cases} .$$

- (a) $Si \alpha = 0$ entonces el sistema no tiene solución.
- (b) Si $\alpha = 0$ entonces el sistema tiene infinitas soluciones.
- (c) Si $\alpha \neq 0$ entonces el sistema no tiene solución.
- (d) Si $\alpha \neq 0$ entonces el sistema tiene infinitas soluciones.

9. Señala las afirmaciones verdaderas:

- (a) Los sistemas de ecuaciones lineales homogéneos son siempre compatibles determinados.
- (b) Un sistema lineal de ecuaciones con más incógnitas que ecuaciones no puede ser compatible y determinado.
- (c) Si un sistema lineal de 3 ecuaciones y 4 incógnitas es compatible, su conjunto de soluciones depende de uno o más parámetros.
- (d) Un sistema lineal de 3 ecuaciones y 2 incógnitas es siempre incompatible.