

# Universidad de Granada

## Departamento de Matemática Aplicada

**Titulación:** Licenciado en Biología

**Asignatura:** Matemáticas

**Créditos:** 2.5 (Teoría) + 2 (Práctica)

**Curso:** 2004-2005

### Programa

1. Derivación: manejo de tablas. Esbozo de gráficas.
2. Cálculo de primitivas elementales. Integrales racionales. Integración por partes.
3. Ecuaciones diferenciales. Modelos de poblaciones: Malthus, Verhulst, Gompertz.
4. Resolución de las ecuaciones que surgen en los modelos poblacionales. Ecuaciones de variables separadas.
5. Introducción al estudio cualitativo de ecuaciones autónomas: puntos de equilibrio y estabilidad.
6. Sistemas de ecuaciones diferenciales: modelos de relación entre especies. Equilibrios.
7. Resolución de sistemas de ecuaciones algebraicas.
8. Álgebra matricial. Algunos modelos discretos en Biología.

### Objetivos

El principal objetivo es que el alumno entienda las matemáticas como una herramienta útil en su formación como biólogo. Se hará énfasis en:

- la obtención de información sobre una situación biológica real a partir del modelo matemático y
- la crítica de los resultados obtenidos a partir de los modelos y, en su caso, crítica de los propios modelos.

Para la realización de estos objetivos, en este primer curso nos centraremos en:

1. Las ecuaciones diferenciales (Temas 1-6).
2. El álgebra matricial (Temas 7-8).

Lo aprendido en este curso tendrá una continuidad en la asignatura "Fundamentos de Biología Aplicada I" que se imparte en el cuarto curso de la Licenciatura.

En los Temas 1 y 2 efectuaremos una pequeña introducción a la derivación y al cálculo de primitivas. Estos dos primeros temas, aunque serán conocidos para algunos alumnos, que los pueden considerar de repaso, son fundamentales para el desarrollo posterior de la asignatura. Sin embargo, nuestro interés en estos temas es puramente práctico, por lo que intentaremos que el proceso de aprendizaje sea, en un cierto sentido, automático; los temas se explicarán

directamente a partir de una serie de relaciones de ejercicios que conduzcan al dominio de dos tablas (que en realidad es una sola): la tabla de derivadas y la tabla de primitivas.

El Tema 3 constituye la introducción en el mundo de las ecuaciones diferenciales a través de los modelos continuos clásicos para el estudio de poblaciones. Este tema será crucial para conseguir el interés del alumno hacia esta asignatura en el resto del curso.

En el Tema 4 se dará a conocer el método de resolución de ecuaciones en variables separadas. Este método cubre los modelos expuestos en el tema anterior y permite una exposición básica sobre la dificultad, en general, de la resolución de este tipo de ecuaciones.

El objetivo del Tema 5 es mostrar al alumno que el hecho de que no podamos obtener de forma explícita la solución de una determinada ecuación diferencial no significa que no podamos saber nada sobre el modelo a tratar. Para ello, dedicamos este tema al estudio de las propiedades de las soluciones de las ecuaciones diferenciales. En especial, en algunos casos se puede conocer la “forma” de una solución sin saber cual es explícitamente. Es frecuente que en los libros de biología (en particular, los de ecología) aparezcan gráficos donde, de una forma aproximada, se intenta explicar distintos aspectos de un ente biológico. Tales gráficos no son otra cosa que la representación visual de la solución de una cierta ecuación diferencial. En este tema trataremos que el alumno llegue a identificar las gráficas de las soluciones de las ecuaciones diferenciales asociadas a diversos modelos matemáticos en biología.

Si bien, al iniciar sus estudios, el alumno no tiene la madurez matemática necesaria para asimilar totalmente la importancia de este quinto tema, su introducción aquí permite que, una vez que llegue a la asignatura de Fundamentos en 4º curso, su comprensión sea altamente satisfactoria.

Sobre el Tema 6 se puede hacer un comentario análogo al del tema precedente. En este iniciamos la presentación del estudio del comportamiento entre dos o más especies. Para ello utilizamos los sistemas de ecuaciones diferenciales. Recalcamos que sólo será una presentación, pues en Fundamentos retomaremos el tema. La razón principal vuelve a ser la necesidad, por parte del alumno, de una cierta madurez matemática y de un tiempo para reflexionar sobre los conocimientos adquiridos (además de entender la necesidad de estas herramientas a través de las asignaturas “propias” de la biología).

Por último, en los Temas 7 y 8, haremos una incursión en el álgebra. El primero de los temas será un simple recordatorio y en el segundo se presentarán algunos modelos discretos básicos. Nos consta que dichos modelos serán utilizados en otras partes de la carrera como, por ejemplo, las asignaturas afines a la Genética.

## **Bibliografía**

- H. Anton. *Introducción al álgebra lineal*. Ed. Limusa, 1990.
- C. Rorres, H. Anton. *Aplicaciones de álgebra lineal*. Ed. Limusa, 1979.
- E. Yeaegers, R. Shonkwiler, J. Herod. *An introduction to the mathematics of Biology*. Birkhauser, 1996.
- D.G. Zill. *Ecuaciones diferenciales con aplicaciones de modelado*. Thomson Learning, 2002.

## Destrezas

- Conocimiento cualitativo y cuantitativo de las funciones elementales.
- Manejo de derivadas y primitivas de funciones.
- Resolución de las ecuaciones diferenciales ordinarias que aparecen en algunos modelos de poblaciones.
- Identificación de propiedades de las soluciones de una e.d.o. a partir de la ecuación.
- Reconocimiento de la relación entre especies a partir de su modelo.
- Resolución de sistemas lineales.
- Uso de matrices en modelos discretos.

## Personal docente

- Margarita Arias López.  
Correo electrónico: [marias@ugr.es](mailto:marias@ugr.es)
- Aureliano M. Robles Pérez.  
Correo electrónico: [arobles@ugr.es](mailto:arobles@ugr.es)  
Página web: [www.ugr.es/~arobles](http://www.ugr.es/~arobles)

## Métodos de enseñanza y aprendizaje

Esta unidad de curso se basa esencialmente en clases magistrales impartidas por el profesor que se complementaran con clases de problemas y ejercicios sobre los temas tratados. Se pondrán a disposición de los alumnos, vía internet o por fotocopias, apuntes con los contenidos básicos de algunos de los temas a tratar que complementen la bibliografía dada al alumno al comienzo del curso, así como las relaciones de problemas y ejercicios que se realizarán en las clases de problemas. Se tratará que este material esté a disposición del alumno con suficiente antelación.

## Evaluación

Se efectuará un examen al final del curso de toda la materia impartida, en la fecha fijada por la Comisión Docente. Este examen constará de dos partes. En la primera se desarrollará un ejercicio práctico y la segunda estará constituida por una serie de cuestiones teórico-prácticas de respuesta múltiple.

Además, se efectuará una prueba con estructura similar al examen final, en horario de clase, en la última semana lectiva antes de las vacaciones de Navidad. Si bien esta prueba no tendrá carácter eliminatorio, sí servirá para aumentar la nota obtenida en el examen final de acuerdo al siguiente baremo:

- Entre 0 y 3 en la prueba: no se sube la nota del examen final.
- Entre 3 y 5 en la prueba: la nota del examen final se aumenta 0.3 puntos.
- Entre 5 y 7.5 en la prueba: la nota del examen final se aumenta 0.6 puntos.
- Entre 7.5 y 10 en la prueba: la nota del examen final se aumenta 1 punto.

## Distribución de créditos ECTS

4,5 créditos ECTS a 25 horas por crédito = 112,5 horas, distribuidas de la siguiente forma:

- 30 horas de clases teóricas presenciales (2 por semana durante 15 semanas)
- 15 horas de clases de problemas presenciales (1 por semana durante 15 semanas)
- 4,5 horas de examen
- 33 horas de estudio teórico (1,1 horas por clase presencial)
- 30 horas de realización de ejercicios y problemas (2 horas por clase presencial)