UNIVERSIDAD DE GRANADA

Departamento de Matemática Aplicada

Doble Grado Ing. Civil–ADE

Matemática Aplicada

Convocatoria Ordinaria

Segundo Parcial

11 de junio de 2019

Apellidos, Nombre	DNI, TIE o Pasaporte

ACLARACIONES SOBRE EL EXAMEN

- La duración del examen es de **3 horas** para quienes se examinen de toda la asignatura, **2:30 horas** para quienes se examinen de dos parciales y **2 horas** para quienes se examinen de un único parcial.
- Los alumnos que se examinen de **un único parcial deben hacer las tres preguntas** de dicho parcial.
- Los alumnos que se examinen de **más de un parcial deben hacer las dos primeras preguntas** de cada uno de dichos parciales.
- **Dos ejercicios no se desarrollarán en una misma cara de una hoja de examen.**

1. Sea $\mathbb{R}^3$ el espacio afín euclídeo tridimensional usual, con el sistema de referencia $R = \{O; B\}$, donde $O = (0,0,0)$ y $B = \{e_1, e_2, e_2\}$, con $e_1 = (1,0,0)$, $e_2 = (0,1,0)$ y $e_3 = (0,0,1)$.

   a) (1) Halla el vector $\overrightarrow{PQ}$ determinado por los puntos $P = (1,-1,2)$ y $Q = (0,2,3)$. ¿Cuáles son sus coordenadas respecto de B?

   b) (2) Sea $\mathcal{R}' = \{O'; B'\}$, donde $O' = (1,1,-1)$ y $B' = \{e_1', e_2', e_3'\}$, con $e_1' = e_1 + e_2 + e_3$, $e_2' = e_1 + e_2$ y $e_3' = e_1$. Prueba que $\mathcal{R}'$ es un sistema de referencia del espacio considerado.

   c) (2) ¿Cuáles son las coordenadas, respecto de $\mathcal{R}$, del punto que tiene coordenadas $(1,0,1)^T$ respecto de $\mathcal{R}'$?

   d) (2.5) Halla las ecuaciones del cambio del sistema de referencia $\mathcal{R}'$ a $\mathcal{R}$.

   e) (2.5) Halla las ecuaciones del cambio de sistema de referencia $\mathcal{R}$ a $\mathcal{R}'$.

2. En el sistema de referencia usual $\mathcal{R}$ del plano afín $\mathbb{R}^2$, considera la cónica dada por

$$3x^2 - 2xy + 3y^2 - 4x + 2y + 1 = 0.$$

   a) (5) Encuentra su ecuación reducida, indicando, de forma detallada, los cambios de sistema de referencia necesarios para llegar a ella. ¿Qué tipo de cónica es?

   b) (2) ¿Cuáles son sus elementos notables en el sistema de referencia final?

   c) (3) Determina sus elementos notables en el sistema de referencia inicial.

3. En el espacio afín euclídeo $\mathbb{R}^3$, con el sistema de referencia $\mathcal{R}$ y el producto escalar usuales, consideramos la recta r con ecuación continua

$$x+1=y-1=\frac{z}{2}\,.$$

   a) (1) Halla las ecuaciones cartesianas de la recta s que pasa por el punto $O=(0,0,0)$ y tiene a $v_s=(1,1,1)$ como vector director.

   b) (2) Comprueba que r y s se cruzan.

   c) (1.5) Halla la ecuación cartesiana del plano π que es paralelo a s y contiene a r.

   d) (2) Halla la proyección del punto $O=(0,0,0)$ sobre π.

   e) (1.5) Calcula la distancia entre O y π. Como consecuencia, calcula la distancia mínima existente entre las rectas r y s.

   f) (2) Halla todas las rectas que se cruzan con r y tienen a $v=(1,1,1)$ como vector director. (Basta con dar un punto de cada una de las rectas pedidas).

P2

① $R = \{O; B\}$ $\quad O = (0,0,0)$

$$B = \{e_1, e_2, e_3\}\ ;\ e_1 = \begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix},\ e_2 = \begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix},\ e_3 = \begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}$$

a) $P = (1,-1,2)$, $Q = (0,2,3) \Rightarrow \overrightarrow{PQ} = (0,2,3) - (1,-1,2) = (-1,3,1)$

$\Rightarrow \overrightarrow{PQ} = (-1,3,1)_B$

b) $R' = \{O'; B'\}$ $\quad O' = (1,1,-1)$

$$B' = \{e_1', e_2', e_3'\}\ ;\ e_1' = \begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}_B,\ e_2' = \begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}_B,\ e_3' = \begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}_B$$

$\begin{vmatrix}1&1&1\\1&1&0\\1&0&0\end{vmatrix} = -1 \neq 0 \Rightarrow B'$ es una base $\Rightarrow$

R' es un sistema de referencia.

c) $M = \begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}_{R'} \Leftrightarrow \overrightarrow{O'M} = \begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}_{B'} = \begin{pmatrix}2\\1\\1\end{pmatrix}_B \Rightarrow$

$M - \begin{pmatrix}1\\1\\-1\end{pmatrix}_R = \begin{pmatrix}2\\1\\1\end{pmatrix}_B \Rightarrow M = \begin{pmatrix}3\\2\\0\end{pmatrix}_R$

d) $M = \begin{pmatrix}x'\\y'\\z'\end{pmatrix}_{R'} \Leftrightarrow \overrightarrow{O'M} = \begin{pmatrix}x'\\y'\\z'\end{pmatrix}_{B'} = \begin{pmatrix}1&1&1\\1&1&0\\1&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x'\\y'\\z'\end{pmatrix}_{B'} \Rightarrow$

$\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}_R - \begin{pmatrix}1\\1\\-1\end{pmatrix}_R = \begin{pmatrix}1&1&1\\1&1&0\\1&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x'\\y'\\z'\end{pmatrix}_{B'} \Rightarrow \begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}_R = \begin{pmatrix}1&1&1\\1&1&0\\1&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x'\\y'\\z'\end{pmatrix}_{R'} + \begin{pmatrix}1\\1\\-1\end{pmatrix}$

e)

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}_R = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix}_{R'} + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix}_{R'} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}_R + \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix}_{R'} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}^{-1} \left[\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}_R + \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \right]$$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \rightsquigarrow \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{array}\right) \rightsquigarrow \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & -1 \end{array}\right)$$

$$\rightsquigarrow \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 & 0 \end{array}\right)$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix}_{R'} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \left[\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}_R + \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \right] \Rightarrow$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix}_{R'} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}_R + \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

② $$3x^2-2xy+3y^2-4x+2y+1=0$$

a) $$3x^2-2xy+3y^2-4x+2y+1=0 \Rightarrow$$

$$(x \;\; y)\begin{pmatrix}3 & -1\\ -1 & 3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\ y\end{pmatrix}+(-4 \;\; 2)\begin{pmatrix}x\\ y\end{pmatrix}+1=0$$

$$\begin{vmatrix}3-\lambda & -1\\ -1 & 3-\lambda\end{vmatrix}=\lambda^2-6\lambda+9-1=\lambda^2-6\lambda+8=0 \Rightarrow$$

$$\lambda=\frac{6\pm\sqrt{36-32}}{2}=\frac{6\pm 2}{2}\begin{cases}4\\ 2\end{cases}$$

$$\left.\begin{array}{l}\lambda=4 \Rightarrow \begin{pmatrix}-1 & -1 & 0\\ -1 & -1 & 0\end{pmatrix} \rightsquigarrow \begin{pmatrix}1\\ -1\end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix}1/\sqrt{2}\\ -1/\sqrt{2}\end{pmatrix}\\ \lambda=2 \Rightarrow \begin{pmatrix}1 & -1 & 0\\ -1 & 1 & 0\end{pmatrix} \rightsquigarrow \begin{pmatrix}1\\ 1\end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix}1/\sqrt{2}\\ 1/\sqrt{2}\end{pmatrix}\end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\begin{pmatrix}3 & -1\\ -1 & 3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2}\\ -1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}4 & 0\\ 0 & 2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{2}\\ 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2}\end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$(x \;\; y)\begin{pmatrix}1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2}\\ -1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}4 & 0\\ 0 & 2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{2}\\ 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\ y\end{pmatrix}+(-4 \;\; 2)\begin{pmatrix}x\\ y\end{pmatrix}+1=0$$

Tomando $\begin{pmatrix}x_1\\ y_1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{2}\\ 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\ y\end{pmatrix}$ $\left[\Leftrightarrow \begin{pmatrix}x\\ y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2}\\ -1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x_1\\ y_1\end{pmatrix}\right]$

$$(x_1 \;\; y_1)\begin{pmatrix}4 & 0\\ 0 & 2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x_1\\ y_1\end{pmatrix}+(-4 \;\; 2)\begin{pmatrix}1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2}\\ -1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x_1\\ y_1\end{pmatrix}+1=0 \Rightarrow$$

$$4x_1^2+2y_1^2-3\sqrt{2}\,x_1-\sqrt{2}\,y_1+1=0 \Rightarrow$$

$$4\left(x_1^2-\frac{3\sqrt{2}}{4}x_1\right)+2\left(y_1^2-\frac{\sqrt{2}}{2}y_1\right)+1=0 \Rightarrow$$

$$4\left(x_1-\frac{3\sqrt{2}}{8}\right)^2-4\cdot\frac{18}{64}+2\left(y_1-\frac{\sqrt{2}}{4}\right)^2-2\,\frac{2}{16}+1=0 \Rightarrow$$

$$4\left(\underbrace{x_1-\frac{3\sqrt{2}}{8}}_{x_2}\right)^2+2\left(\underbrace{y_1-\frac{\sqrt{2}}{4}}_{y_2}\right)^2-\frac{3}{8}=0 \Rightarrow$$

$$4x_2^2+2y_2^2=\frac{3}{8} \Rightarrow \frac{4x_2^2}{3/8}+\frac{2y_2^2}{3/8}=1 \Rightarrow$$

$$\frac{x_2^2}{3/32}+\frac{y_2^2}{3/16}=1 \Rightarrow \frac{x_2^2}{(\sqrt{6}/8)^2}+\frac{y_2^2}{(\sqrt{3}/4)^2}=1$$

Tenemos una elipse.

$$\begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} -3\sqrt{2}/8 \\ -\sqrt{2}/4 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} -3\sqrt{2}/8 \\ -\sqrt{2}/4 \end{pmatrix}$$

b) Centro: $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}_{R_2}$

Vértices: $\begin{pmatrix} \pm\sqrt{6}/8 \\ 0 \end{pmatrix}_{R_2}, \begin{pmatrix} 0 \\ \pm\sqrt{3}/4 \end{pmatrix}_{R_2}$

Focos: $\begin{pmatrix} 0 \\ \pm\sqrt{6}/8 \end{pmatrix}_{R_2}$

Ejes: $x_2=0$ // $y_2=0$

$a=\frac{\sqrt{6}}{8}$, $b=\frac{\sqrt{3}}{4}$

$a<b \Rightarrow c=\sqrt{b^2-a^2}$

$\Rightarrow c=\sqrt{\frac{3}{16}-\frac{6}{64}}=\sqrt{\frac{6}{64}}=\frac{\sqrt{6}}{8}$

c)

$$\begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} -3\sqrt{2}/8 \\ -\sqrt{2}/4 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$\begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3\sqrt{2}/8 \\ \sqrt{2}/4 \end{pmatrix} \Longrightarrow$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \\ -1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{pmatrix}\left[\begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3\sqrt{2}/8 \\ \sqrt{2}/4 \end{pmatrix}\right] = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \\ -1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5/8 \\ -1/8 \end{pmatrix}$$

Centro: $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5/8 \\ -1/8 \end{pmatrix}_R$

Vértices: $\begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \\ -1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \pm\sqrt{6}/8 \\ 0 \end{pmatrix}_{R_2} + \begin{pmatrix} 5/8 \\ -1/8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{5\pm\sqrt{3}}{8} \\ \frac{-1\mp\sqrt{3}}{8} \end{pmatrix}_R$

$$\begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \\ -1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 \\ \pm\sqrt{3}/4 \end{pmatrix}_{R_2} + \begin{pmatrix} 5/8 \\ -1/8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{5\pm\sqrt{6}}{8} \\ \frac{-1\pm\sqrt{6}}{8} \end{pmatrix}_R$$

Focos: $\begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \\ -1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 \\ \pm\sqrt{6}/8 \end{pmatrix}_{R_2} + \begin{pmatrix} 5/8 \\ -1/8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{5\pm\sqrt{3}}{8} \\ \frac{-1\pm\sqrt{3}}{8} \end{pmatrix}_R$

Ejes: ⊗ $x_2 = 0 \Rightarrow x_1 - \frac{3\sqrt{2}}{8} = 0 \Rightarrow \frac{x}{\sqrt{2}} - \frac{y}{\sqrt{2}} - \frac{3\sqrt{2}}{8} = 0$

$\Rightarrow x - y - \frac{3}{4} = 0 \Rightarrow x - y = \frac{3}{4}$

⊗ $y_2 = 0 \Rightarrow y_1 - \frac{\sqrt{2}}{4} = 0 \Rightarrow \frac{x}{\sqrt{2}} + \frac{y}{\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{2}}{4} = 0$

$\Rightarrow x + y - \frac{1}{2} = 0 \Rightarrow x + y = \frac{1}{2}$

③ $r \equiv x+1 = y-1 = \frac{z}{2}$

a) $s \equiv \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x-y=0 \\ x-z=0 \end{array}\right\}$

b) $r \equiv x+1 = y-1 = \frac{z}{2} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x-y=-2 \\ 2x-z=-2 \end{array}\right\}$

$\left.\begin{array}{l} x-y=-2 \\ 2x-z=-2 \\ x-y=0 \\ x-z=0 \end{array}\right\}$ $\left.\begin{array}{l} x-y=-2 \\ x-y=0 \end{array}\right\}$ Sistema incompatible $\Rightarrow r \cap s = \phi$

$\left.\begin{array}{l} v_r = (1, 1, 2) \\ v_s = (1, 1, 1) \end{array}\right\}$ $r \not\parallel s \longrightarrow r$ y s se cruzan

c) v_r, v_s son vectores directores de Π
$(-1, 1, 0)$ es un punto de r, luego es de Π $\Bigg\} \Rightarrow$

$\Pi: \left.\begin{array}{l} x = \lambda+\mu-1 \\ y = \lambda+\mu+1 \\ z = 2\lambda+\mu \end{array}\right\}$ $\left.\begin{array}{l} \lambda+\mu = x+1 \\ \lambda+\mu = y-1 \\ 2\lambda+\mu = z \end{array}\right\}$

$\begin{pmatrix} 1 & 1 & x+1 \\ 1 & 1 & y-1 \\ 2 & 1 & z \end{pmatrix} \rightsquigarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 & x+1 \\ 0 & 0 & y-x-2 \\ 0 & -1 & z-2x-2 \end{pmatrix} \Rightarrow \Pi \equiv y-x-2=0 \Leftrightarrow x-y=2$

d) Necesitamos la recta $\pi_0^\perp$ que es ortogonal a π y pasa por $O=(0,0,0)$.

$$\pi_0^\perp \equiv \frac{x-0}{1} = \frac{y-0}{-1} = \frac{z-0}{0} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x+y=0 \\ z=0 \end{array}\right\}$$

$$\left.\begin{array}{l} x-y=2 \\ x+y=0 \\ z=0 \end{array}\right\} \quad \left.\begin{array}{l} x=1 \\ y=-1 \\ z=0 \end{array}\right\}$$ $Q=(1,-1,0)$ es la proyección de $O=(0,0,0)$ sobre π.

e) $d(O,\pi) = d(O,Q) = \|\overrightarrow{OQ}\| = \|(1,-1,0)\| = \sqrt{2}$.

$d(r,s) = d(O,\pi) = \sqrt{2}$.

f)

$$s \equiv \frac{x-a}{1} = \frac{y-b}{1} = \frac{z-c}{1} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x-y=a-b \\ x-z=a-c \end{array}\right\}$$

$$r \equiv \left.\begin{array}{l} x-y=-2 \\ 2x-z=-2 \end{array}\right\}$$

$v_r=(1,1,2)$, $v_s=(1,1,1) \Rightarrow r \nparallel s$

Necesito que $r \cap s = \phi$. Luego,

$$\left.\begin{array}{l} x-y=-2 \\ 2x-z=-2 \\ x-y=a-b \\ x-z=a-c \end{array}\right\}$$ debe ser incompatible.

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 0 & -2 \\ 2 & 0 & -1 & -2 \\ 1 & -1 & 0 & a-b \\ 1 & 0 & -1 & a-c \end{array}\right) \rightsquigarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 0 & -2 \\ 0 & 2 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & a-b+2 \\ 0 & 1 & -1 & a-c+2 \end{array}\right) \rightsquigarrow$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & -1 & a-c+2 \\ 0 & 2 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & a-b+2 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & -1 & a-c+2 \\ 0 & 0 & 1 & -2a+2c-2 \\ 0 & 0 & 0 & a-b+2 \end{array}\right)$$

Sistema incompatible $\Longleftrightarrow a-b+2 \neq 0$

Las rectas buscadas son todas las de la forma

$$\frac{x-a}{1} = \frac{y-b}{1} = \frac{z-c}{1}$$

con $a-b+2 \neq 0$.