UNIVERSIDAD DE GRANADA
Métodos matemáticos de la Física IV
Examen Final. Primer Parcial. 1 de julio de 2008

- *Entrega los ejercicios en hojas separadas*

Selecciona **TRES** ejercicios:

- 1. Se considera la ecuación

$$t^2x'' + tx' + x = t^2, \quad t \in]0, \infty[.$$

i) Encuentra una solución del tipo $x(t) = at^2$ para algún $a \in \mathbb{R}$.

ii) Determina todas las soluciones de esta ecuación.

- 2. Encuentra las extremales[1] del funcional $\mathcal{F}$ definido por

$$\mathcal{F}[y] = \int_0^L \{e^x y'(x)^2 + 5e^x y(x)y'(x)\}\,dx\,, \qquad\qquad y(0) = y(L) = 0\,,$$

según los valores del parámetro $L > 0$.

- 3. Queremos resolver el problema de valores iniciales

$$x'' - \frac{2}{(1-t)^2}x = 0, \quad x(0) = 1,\ x'(0) = 3.$$

a) Comprueba que la función $x(t) = (1-t)^2$, $t \in]-\infty, 1[$, es una solución de la ecuación.

b) Calcula otra solución de la ecuación que sea linealmente independiente con la dada en el apartado anterior (sugerencia: $y = \frac{x}{(1-t)^2}$).

c) Resuelve el problema de valores iniciales.

- 4. ¿Es cierto que todas las soluciones de la ecuación diferencial

$$t^2x'' + (t^2 + t^3)x' + x = 0$$

están acotadas en el intervalo $]0, 1]$?

[1] extremal=solución de la ecuación de Euler-Lagrange que cumple las condiciones de contorno.