

UNIVERSIDAD DE GRANADA
Métodos matemáticos de la Física IV
Examen Final. Primer Parcial. 9 de julio de 2010

- *Entrega los ejercicios en hojas separadas.*
- *Las respuestas han de ser justificadas adecuadamente.*

Selecciona **TRES** ejercicios.

1. Considera el problema de valores iniciales

$$\begin{cases} x' = t e^{x^2}, \\ x(1) = 3. \end{cases}$$

¿Es estrictamente creciente su solución?

2. Considera el funcional de acción

$$\mathcal{F}[y] = \int_{-1}^1 \left((y'(x))^2 + \frac{y(x)}{1+y(x)} \right) dx, \quad y(-1) = y(1) = 0.$$

- Describe con precisión el dominio del funcional.
 - Encuentra una función $\Phi = \Phi(y, p)$ tal que, si $y = y(x)$ es una extremal de \mathcal{F} , se verifica que $\Phi(y(x), y'(x)) = cte.$
 - ¿Alcanza \mathcal{F} su mínimo sobre la función $y(x) \equiv 0$?
3. Considera las funciones $\phi_1(t) = \frac{1}{t}$, $\phi_2(t) = t$ definidas en $]0, \infty[$. ¿Forman estas funciones un sistema fundamental para alguna ecuación del tipo

$$x'' + a_1(t) x' + a_2(t) x = 0,$$

siendo $a_1(t)$, $a_2(t)$ funciones continuas en $]0, \infty[$?

4. Considera la ecuación diferencial

$$t^4 x'' + (2t^3 - 3t^2) x' - 4x = 0.$$

¿Están acotadas sus soluciones en un entorno de $+\infty$?

(Sugerencia: emplea un cambio de variable temporal adecuado.)