

UNIVERSIDAD DE GRANADA
Métodos matemáticos de la Física IV.
Convocatoria de junio (12/06/2014). Primera parte.

- *Entrega los ejercicios en hojas separadas.*
- *El examen ha de ser realizado a bolígrafo (azul o negro).*
- *Duración: 1 hora y 45 minutos.*

Selecciona **SOLO TRES** ejercicios. Cada una de las respuestas ha de ser justificada adecuadamente.

1. Se considera la ecuación

$$t^2x'' + 3tx' + x = t^3, \quad t > 0.$$

- a) Encuentra una solución particular del tipo $x(t) = at^3$, con $a \in \mathbb{R}$ constante.
- b) Encuentra todas las soluciones de la ecuación.
- c) Sea $x = x(t)$ la solución que cumple

$$x(1) = \frac{1}{16}, \quad x'(1) = -\frac{13}{16}.$$

Calcula, si existe, $\lim_{t \rightarrow 0} tx(t)$.

2. Se considera el problema de valores iniciales

$$x' = \operatorname{tg}\left(\frac{x}{t}\right) + \frac{x}{t}, \quad x(-1) = -\frac{\pi}{4}.$$

- a) Describe el dominio asociado.
- b) Encuentra un cambio de variables que transforme la ecuación en una de variables separadas.
- c) Resuelve el problema original.

3. Se considera la ecuación

$$x' = e^{t^2}x.$$

- a) ¿Es exacta?
- b) ¿Admite un factor integrante $\mu = \mu(t)$ dependiente únicamente de t ?

4. Se considera la ecuación

$$(t^2 + 1)x'' + tx' - x = 0.$$

- a) Determina la dimensión del espacio vectorial de soluciones.
- b) ¿Admite un sistema fundamental de funciones analíticas reales?