

UNIVERSIDAD DE GRANADA. Métodos Matemáticos de la Física IV
Convocatoria extraordinaria de septiembre. Primer Parcial. 8 de septiembre de 2011

- *Entrega los ejercicios en hojas separadas.*
- *Las respuestas han de ser justificadas adecuadamente.*
- *El examen ha de ser realizado a bolígrafo (azul o negro).*

Selecciona **SOLO TRES** ejercicios.

1. Justifica si existe (o no) una función $x : (-\varepsilon, \varepsilon) \rightarrow \mathbb{R}$, $\varepsilon > 0$, que cumpla

$$\cos(\sin(x(t))) = 1 - 4t, \quad \forall t \in (-\varepsilon, \varepsilon), \quad x(0) = \pi.$$

2. Se considera el problema de valores iniciales

$$\begin{cases} x' = \operatorname{tg}(t) \ln(x - 2t) + 2, \\ x(-\pi) = 1 - 2\pi. \end{cases}$$

- (a) Determina el dominio para este problema.
- (b) Sea el cambio de variables $y = x - 2t$. Determina el problema de valores iniciales tras aplicar el cambio y describe el dominio transportado.
- (c) Resuelve el problema de valores iniciales original.

3. Sea la función

$$f(t) = \begin{cases} 2, & t < 3, \\ 2e^{3-t}, & 3 \leq t. \end{cases}$$

- (a) ¿Pertenece f a la clase Λ ? En caso afirmativo calcula su transformada de Laplace.
- (b) Sea $x = x(t)$ la solución del problema de valores iniciales

$$x'' + 3x' + 2x = f(t), \quad x(0) = 0, \quad x'(0) = 1.$$

¿Pertenece x a la clase Λ ? En caso afirmativo calcula su transformada de Laplace.

4. Sea $x(t)$ la solución del problema de valores iniciales

$$x'' + \left(\frac{1}{5 + t^2} \right) x = 0, \quad x(0) = 1, \quad x'(0) = 0.$$

- (a) ¿Admite $x(t)$ un desarrollo en serie de potencias centrado en $t_0 = 0$ y que converja en algún entorno?
- (b) ¿Convergerá esta serie de potencias en el intervalo $[-2, 2]$?