



UNIVERSIDAD DE GRANADA

Facultad de Ciencias

GRADO EN FÍSICA

TRABAJO FIN DE GRADO

EFECTO UNRUH Y RADIACIÓN DE HAWKING

Presentado por:

D^a. Sofía López de la Manzanara Pérez

Curso Académico 2025/2026

Resumen

En este trabajo se estudian el efecto Unruh y la radiación de Hawking en el marco de la teoría cuántica de campos en espacio-tiempos curvos. Para ello se emplean las transformaciones de Bogoliubov, que constituyen la herramienta fundamental para relacionar distintas cuantizaciones del campo, y comparar las nociones de vacío y partícula asociadas a diferentes observadores. Como preparación para el análisis de los efectos Unruh y Hawking, se consideran los espacio-tiempos de Friedmann-Robertson-Walker, Milne y de Sitter.

Estos ejemplos muestran cómo la teoría cuántica resultante es sensible a distintas estructuras geométricas, como son la presencia de simetrías u horizontes causales.

Posteriormente se estudia el efecto Unruh, en el que un observador uniformemente acelerado percibe el vacío inercial como un baño de partículas, y la radiación de Hawking, asociada a la emisión térmica de agujeros negros.

Los resultados obtenidos muestran que la noción de partícula no constituye una propiedad absoluta del estado. Por el contrario, el contenido de partículas observado en una región dada depende tanto del observador que realiza la medida como de la estructura causal del espacio-tiempo en el que esta se lleva a cabo.

Abstract

This thesis examines the Unruh effect and Hawking radiation within the framework of quantum field theory in curved spacetimes. To this end, Bogoliubov transformations are used as the main tool to relate different quantizations of a field, and to compare the notions of vacuum and particles associated with different observers.

As preparatory examples for the analysis of the Unruh and Hawking effects, the Friedmann–Robertson–Walker, Milne, and de Sitter spacetimes are considered. These models show how the resulting quantum field theory is sensitive to different geometrical structures, like symmetries or causal horizons.

The Unruh effect is then studied, showing that a uniformly accelerated observer perceives the Minkowski vacuum as a thermal bath of particles, while Hawking radiation describes the thermal emission associated with black hole horizons.

The results obtained show that the notion of particles is not an absolute property of the state. Instead, the particle content observed in a given region depends both on the chosen observer and on the causal structure of the spacetime itself.

Índice

1	Introducción	4
2	Teoría Cuántica de Campos	5
2.1	Campo escalar clásico	5
2.2	Simetrías y noción de partículas	6
2.3	Cuantización canónica en Minkowski	7
2.4	Cuantización en una base arbitraria	10
2.5	Transformaciones de Bogoliubov	11
3	Espacio de Friedmann-Robertson-Walker plano	13
4	Universo de Milne	15
4.1	Cuantizaciones inercial y comóvil	16
5	Espacio de de Sitter	18
5.1	Observador estático	19
5.2	Vacío de Bunch-Davies	20
5.3	Espectro térmico y horizonte cosmológico	21
6	Efecto Unruh	22
6.1	Espacio de Rindler	23
6.2	Cuantización en Rindler	25
6.3	Espectro térmico de Unruh	26
7	Radiación de Hawking	27
7.1	Agujero negro de Schwarzschild	28
7.2	Colapso gravitacional	30
7.3	Coeficientes de Bogoliubov	32
8	Conclusions	33
9	Apéndices	34
	Referencias	40

1 Introducción

El concepto de partícula es uno de los elementos centrales de la física moderna, ya que es la unidad básica que describe las excitaciones de los campos y sus interacciones [1]. Acostumbrados a interpretar el mundo en términos de objetos físicos identificables, tendemos a considerar la presencia o ausencia de partículas como una propiedad objetiva del sistema. Intuitivamente, dos observadores distintos deberían coincidir en si un estado contiene o no partículas.

Sin embargo, al combinar la teoría cuántica de campos con la relatividad, esta aparente certeza deja de ser universal. La noción de partícula resulta de este modo inseparable de la forma en que cada observador define el campo. La consecuencia más sorprendente de este hecho es que ni el número de partícula ni el propio vacío tienen, a partir de este momento, una definición única para todo observador.

Lejos de ser un mero artificio matemático, esta dependencia del observador tiene consecuencias físicas reales y cuantificables, siendo uno de los más aparentes la evaporación de los agujeros negros.

El desarrollo de esta nueva perspectiva tiene su origen en los trabajos de Bekenstein [2] sobre la termodinámica de agujeros negros. Su propuesta de asociar una entropía al horizonte de eventos fue inicialmente recibida con escepticismo, incluso por el propio Stephen Hawking. Sin embargo, esta interpretación adquirió un fundamento físico sólido cuando Hawking demostró que los agujeros negros emiten radiación térmica [3]. Este resultado transformó la visión tradicional de los agujeros negros como objetos puramente absorbentes y reveló su naturaleza termodinámica. Poco después, William Unruh obtuvo que un observador uniformemente acelerado percibe el vacío inercial como un baño térmico de partículas [4]. Pese a que cada fenómeno surge en un contexto diferente, ambos comparten un mismo fundamento teórico.

El objetivo principal de este trabajo es estudiar los fundamentos físicos y matemáticos que conducen a estos efectos. Para ello se introducen primero las herramientas básicas de la teoría cuántica de campos necesarias para definir partículas y vacíos, así como las transformaciones de Bogoliubov, que permiten relacionar distintas cuantizaciones.

Posteriormente se analizan varios ejemplos de espacio-tiempos. Los universos de Milne y de Sitter revelan cómo la elección del observador y la presencia de horizontes pueden modificar la interpretación del vacío. Estos modelos permiten desarrollar de manera progresiva las herramientas que se utilizarán en el estudio del efecto Unruh y de la radiación de Hawking, objetivos principales de este trabajo.

El interés por estos fenómenos va más allá de los resultados recogidos en este trabajo. Conceptos como la temperatura y la entropía asociadas a horizontes, así como la relación entre información, gravedad y mecánica cuántica, han dado paso a algunas de las cuestiones centrales de la investigación actual en física fundamental [3, 5, 6].

donde se conoce κ como la gravedad superficial del horizonte.

El resultado muestra que un observador situado en el infinito detectará un flujo térmico de partículas emitidas por el agujero negro. La temperatura es inversamente proporcional a la masa, por lo que los agujeros negros más ligeros irradian con mayor intensidad.

8 Conclusions

The central result of this thesis is that the notion of a particle in quantum field theory in curved spacetime is not absolute, but depends on the temporal symmetries used to define the quantisation. The decomposition of a field into positive and negative frequency modes is determined by the available symmetries. When different observers adopt different notions of time, the corresponding quantisations are generally inequivalent, and different observers may attribute different particle content to the same quantum state [5, 7].

Among the phenomena analysed in this work, the Unruh effect and Hawking radiation stand out. In the Unruh effect, there is no global flux of particles in Minkowski spacetime; instead, the thermal response is associated with the accelerated detector and the restricted region of spacetime accessible to them [4]. In contrast, Hawking radiation manifests as a genuine flux of energy towards future null infinity, leading to the gradual evaporation of the black hole [3, 20].

The equivalence principle provides the link between these two phenomena. It states that, locally, the effects of a gravitational field cannot be distinguished from those of uniform acceleration. As a result, an accelerated observer in flat spacetime and a stationary observer near a gravitational horizon experience analogous local physics. Although the global consequences are different, particularly regarding the existence of a real energy flux, this correspondence explains the close relationship between the Unruh and Hawking temperatures [3, 4, 8].

Beyond these examples, the recurrent appearance of thermal distributions in other spacetimes, such as Milne and de Sitter, is particularly striking. In many situations, observers have access only to a subset of the information contained in the global quantum state, either because of horizons or more general causal restrictions. The effective description, constructed from the partial information available, therefore acquires a thermal character. This recurring pattern suggests a deep connection between information and thermality. Nevertheless, it should be emphasized that particle creation and the appearance of thermal distributions are conceptually distinct phenomena. Friedmann–Robertson–Walker (FRW) spacetimes show that particle production may occur even in the absence of horizons, and that the resulting distribution is not necessarily thermal.

This relationship between information and thermality becomes even more significant in the context of Hawking radiation. The continuous emission of thermal radiation causes the gradual loss of black hole mass, ultimately leading to its evaporation. However, the emitted radiation does not contain information

about the matter that originally formed the black hole [3]. If the black hole evaporates completely and the only remnant is this thermal radiation, it remains unclear what happens to the information associated with the initial state. This apparent inconsistency lies at the heart of the black hole information paradox [19].

More broadly, Hawking radiation reveals that black holes behave as thermodynamic systems, with well-defined temperature and entropy, governed by laws analogous to those of ordinary thermodynamics [2, 3].

Understanding how these thermodynamic properties can be reconciled with the principles of quantum mechanics, and in particular with the conservation of information, remains one of the central open problems in the search for a consistent theory of quantum gravity.

9 Apéndices

A Resolución de los coeficientes en FRW

Considerando un único modo (se omite el índice k), el vacío *in* puede expandirse en la base de estados *out* como

$$|0\rangle_{\text{in}} = \sum_n c_n |n\rangle_{\text{out}}. \quad (\text{A.1})$$

La condición $a_{\text{in}} |0\rangle_{\text{in}} = 0$, junto con la transformación de Bogoliubov

$$a_{\text{in}} = \alpha a_{\text{out}} - \beta a_{\text{out}}^\dagger, \quad (\text{A.2})$$

conduce a

$$\begin{aligned} 0 &= (\alpha a_{\text{out}} - \beta a_{\text{out}}^\dagger) \sum_n c_n |n\rangle_{\text{out}} \\ &= \alpha \sum_n c_n \sqrt{n} |n-1\rangle_{\text{out}} - \beta \sum_n c_n \sqrt{n+1} |n+1\rangle_{\text{out}} \\ &= \sum_m \left(\alpha c_{m+1} \sqrt{m+1} - \beta c_{m-1} \sqrt{m} \right) |m\rangle_{\text{out}}. \end{aligned}$$

Igualando coeficientes se obtiene

$$\begin{cases} c_1 = 0, \\ c_{m+1} = \frac{\beta}{\alpha} \sqrt{\frac{m}{m+1}} c_{m-1}, \quad m \geq 1. \end{cases} \quad (\text{A.3})$$

La relación de recurrencia implica

$$c_{2n} = \left(\frac{\beta}{\alpha} \right)^n \sqrt{\frac{(2n-1)!!}{(2n)!!}} c_0, \quad c_{2n+1} = 0. \quad (\text{A.4})$$

con

$$s = 1 + i4GM\omega, \quad b = -i\Omega. \quad (\text{G.4})$$

Para asegurar la convergencia se introduce, siguiendo el procedimiento que en el efecto Unruh,

$$b = \epsilon - i\Omega, \quad \epsilon \rightarrow 0^+, \quad (\text{G.5})$$

obteniéndose así

$$\beta_{\omega\Omega} = \frac{e^{-i\Omega v_H}}{2\pi} \sqrt{\frac{\Omega}{\omega}} (\epsilon - i\Omega)^{-(1+i4GM\omega)} \Gamma(1 + i4GM\omega). \quad (\text{G.6})$$

En el límite $\epsilon \rightarrow 0^+$,

$$(\epsilon - i\Omega)^{-(1+i4GM\omega)} = \Omega^{-(1+i4GM\omega)} e^{i\frac{\pi}{2}(1+i4GM\omega) \text{sign}(\Omega)}, \quad (\text{G.7})$$

por lo que, para $\Omega > 0$,

$$\beta_{\omega\Omega} = \frac{i}{2\pi\sqrt{\omega\Omega}} e^{-i\Omega v_H} e^{-2\pi GM\omega} \Gamma(1 + i4GM\omega) \Omega^{-i4GM\omega}, \quad (\text{G.8})$$

siendo $\Omega > 0$ los modos positivos definidos en $\mathcal{I}^-$ y $\omega > 0$ los modos positivos en $\mathcal{I}^+$.

Referencias

- [1] N. Lambert. Quantum field theory in curved spacetime, 2020. Lecture notes, King's College London.
- [2] Jacob D. Bekenstein. Black holes and entropy. *Physical Review D*, 7:2333, 1973.
- [3] S. W. Hawking. Particle creation by black holes. *Communications in Mathematical Physics*, 43:199–220, August 1975. ISSN 1432-0916. doi: 10.1007/BF02345020. URL <http://dx.doi.org/10.1007/BF02345020>.
- [4] W. G. Unruh. Notes on black-hole evaporation. *Physical Review D*, 14(4): 870–892, August 1976. ISSN 0556-2821. doi: 10.1103/physrevd.14.870. URL <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevD.14.870>.
- [5] Robert M. Wald. *Quantum field theory in curved spacetime and black hole thermodynamics*. University of Chicago Press, Chicago, 1994.
- [6] G. W. Gibbons and S. W. Hawking. Cosmological event horizons, thermodynamics, and particle creation. *Physical Review D*, 15:2738–2751, 1977.
- [7] N. D. Birrell and P. C. W. Davies. *Quantum fields in curved space*. Cambridge University Press, February 1982. ISBN 9780511622632. doi: 10.1017/cbo9780511622632. URL <http://dx.doi.org/10.1017/CB09780511622632>.

- [8] Viatcheslav Mukhanov and Sergei Winitzki. *Introduction to quantum effects in gravity*. Cambridge University Press, June 2007. ISBN 9780511809149. doi: 10.1017/cbo9780511809149. URL <http://dx.doi.org/10.1017/CB09780511809149>.
- [9] Éricourgoulhon. *3+1 formalism in general relativity: bases of numerical relativity*, volume 846 of *Lecture Notes in Physics*. Springer, 2012. doi: 10.1007/978-3-642-24525-1.
- [10] Eduardo Martín-Martínez and N. C. Menicucci. Cosmological quantum entanglement. *Classical and Quantum Gravity*, 29:224003, 2012.
- [11] N. F. Svaiter and B. F. Svaiter. Quantum field theory in nonstationary coordinate systems and green functions. *Brazilian Journal of Physics*, 20(1): 110–121, 1990. URL <https://sbfisica.org.br>.
- [12] Eric Ling. Remarks on the cosmological constant appearing as an initial condition for milne-like spacetimes. *General Relativity and Gravitation*, 54 (7), 2022. ISSN 1572-9532. doi: 10.1007/s10714-022-02955-y. URL <http://dx.doi.org/10.1007/s10714-022-02955-y>.
- [13] Pascal M. Vaudrevange and Lev Kofman. Trans-planckian issue in the milne universe, 2007. URL <https://arxiv.org/abs/0706.0980>.
- [14] Atsushi Higuchi. Vacuum state in de sitter spacetime with static charts. *Physical Review D*, 98:026015, 2018.
- [15] Antonis Kalogirou. The thermal backreaction of a scalar field in de sitter spacetime. ii. spectrum enhancement and holography. *Physica Scripta*, 101 (12):125302, March 2026. ISSN 1402-4896. doi: 10.1088/1402-4896/ae5095. URL <http://dx.doi.org/10.1088/1402-4896/ae5095>.
- [16] Yoonbai Kim, Chae Young Oh, and Namil Park. Classical geometry of de sitter spacetime: an introductory review, 2002. URL <https://arxiv.org/abs/hep-th/0212326>.
- [17] J. M. Fernández Cristóbal. Radiación de hawking. *Revista Mexicana de Física*, 56:42–49, 2010.
- [18] Jeremy Butterfield and Bryan W. Roberts. Notes on the hawking effect. CBG Part III lecture notes, 2022. URL <https://personal.lse.ac.uk/robert49/teaching/partiii/pdf/NoteOnHawking.pdf>.
- [19] Matthijs den Heijer. A heat kernel approach to hawking radiation. Master’s thesis, Universiteit Leiden, 2025. URL <https://hdl.handle.net/1887/4177986>.
- [20] Don N. Page. Particle emission rates from a black hole: massless particles from an uncharged, nonrotating hole. *Physical Review D*, 13(2):198–206, January 1976. ISSN 0556-2821. doi: 10.1103/physrevd.13.198. URL <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevD.13.198>.