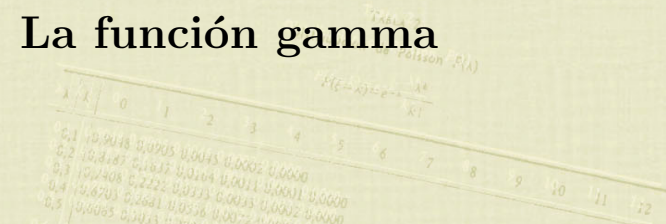
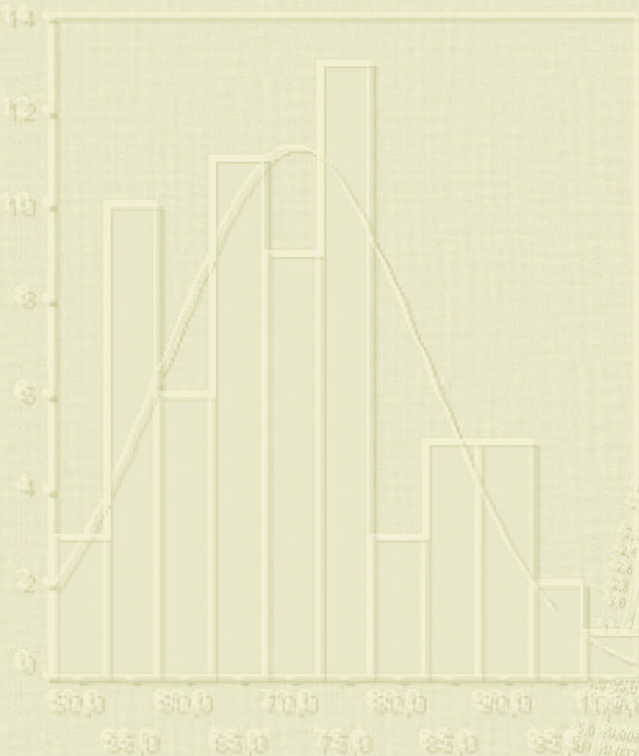




La función gamma



Valor de la variable	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa
blanco	5	0.20
gris	4	0.16
rojo	5	0.20
verde	5	0.20
violeta	1	0.04
metalicado	4	0.16
total	25	1



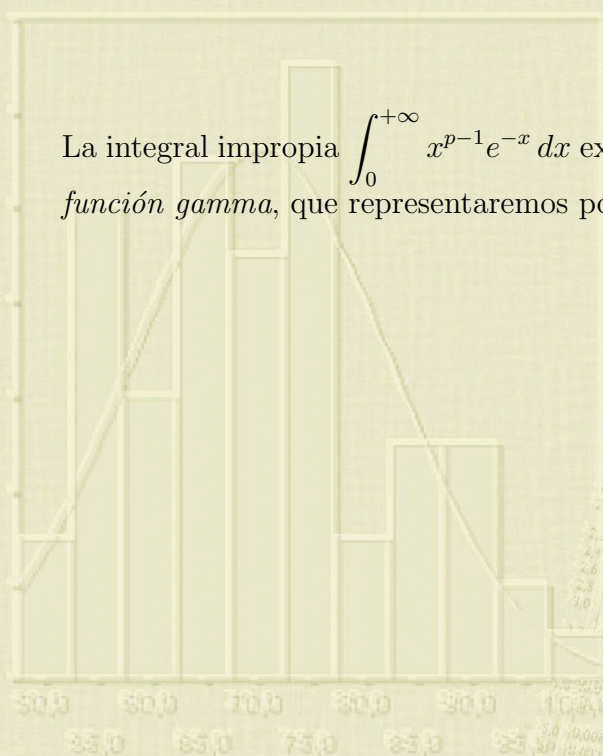
x	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
0.0	0.0003	0.0005	0.0002							
0.0	0.0022	0.0032	0.0005	0.0003	0.0001					
0.0	0.0143	0.0071	0.0035	0.0014	0.0006	0.0002	0.0001			
0.0	0.0328	0.0138	0.0064	0.0023	0.0009	0.0004	0.0002	0.0001		
0.0	0.0304	0.0324	0.0193	0.0105	0.0038	0.0028	0.0014	0.0006	0.0003	0.0001
0.0	0.0229	0.0221	0.0147	0.0217	0.0128	0.0071	0.0037	0.0018	0.0009	0.0003

PESO (KG)



La función gamma

La integral impropia $\int_0^{+\infty} x^{p-1} e^{-x} dx$ existe para valores estrictamente positivos de p , dando origen a la denominada *función gamma*, que representaremos por $\Gamma(p)$:



Peso (kg)



Background collage containing:

- A table of Poisson probabilities: $P(X=k) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^k}{k!}$ with values for $\lambda=1$ to $\lambda=12$ and $k=0$ to $k=12$.
- A table of absolute and relative frequencies for car colors:

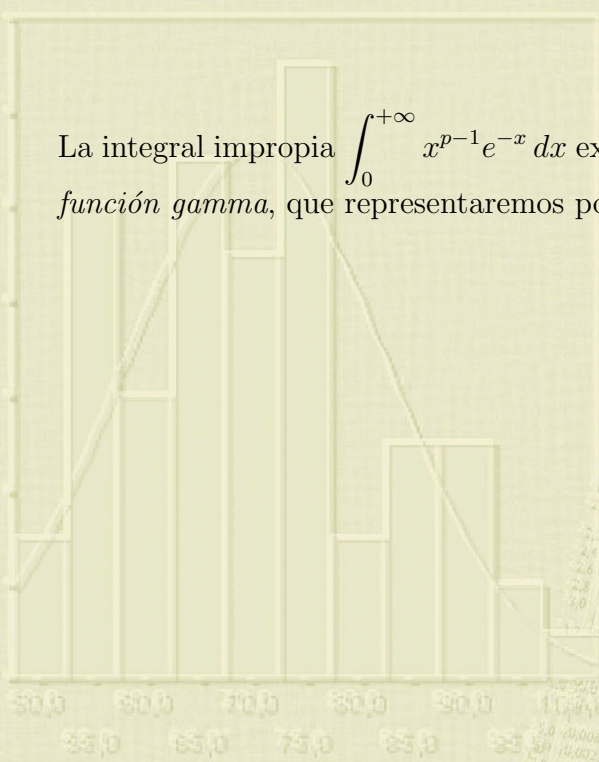
Valor de la variable	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa
blanco	5	0.20
gris	4	0.16
rojo	5	0.20
verde	5	0.20
violeta	1	0.04
metalicado	4	0.16
Total	25	1
- A 3D pie chart showing the distribution of car colors.
- A 3D bar chart showing the distribution of car colors.
- A 3D bar chart showing the distribution of car colors.

La función gamma

La integral impropia $\int_0^{+\infty} x^{p-1}e^{-x} dx$ existe para valores estrictamente positivos de p , dando origen a la denominada *función gamma*, que representaremos por $\Gamma(p)$:

$$\Gamma(p) = \int_0^{+\infty} x^{p-1}e^{-x} dx, \quad p > 0.$$

Peso (kg)



λ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
0.5	0.6065	0.3679	0.1353	0.0540	0.0207	0.0082	0.0031	0.0012	0.0004	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000
1.0	0.3679	0.1353	0.0540	0.0207	0.0082	0.0031	0.0012	0.0004	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
1.5	0.2231	0.1054	0.0470	0.0207	0.0090	0.0036	0.0014	0.0005	0.0002	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
2.0	0.1353	0.0540	0.0207	0.0082	0.0031	0.0012	0.0004	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
2.5	0.0821	0.0337	0.0123	0.0047	0.0018	0.0007	0.0003	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
3.0	0.0500	0.0207	0.0082	0.0031	0.0012	0.0004	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
3.5	0.0302	0.0123	0.0047	0.0018	0.0007	0.0003	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
4.0	0.0183	0.0074	0.0028	0.0011	0.0004	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
4.5	0.0107	0.0043	0.0016	0.0006	0.0002	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
5.0	0.0067	0.0027	0.0010	0.0004	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
5.5	0.0040	0.0016	0.0006	0.0002	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
6.0	0.0025	0.0010	0.0004	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
6.5	0.0015	0.0006	0.0002	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
7.0	0.0009	0.0004	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
7.5	0.0005	0.0002	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
8.0	0.0003	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
8.5	0.0002	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
9.0	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
9.5	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
10.0	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

Valor de la variable	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa
blanco	5	0.20
gris	4	0.16
rojo	6	0.24
verde	5	0.20
violeta	1	0.04
mezclado	4	0.16
Total	25	1



λ	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
0.5	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
1.0	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
1.5	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
2.0	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
2.5	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
3.0	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
3.5	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
4.0	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
4.5	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
5.0	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
5.5	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
6.0	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
6.5	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
7.0	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
7.5	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
8.0	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
8.5	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
9.0	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
9.5	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
10.0	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

La función gamma

La integral impropia $\int_0^{+\infty} x^{p-1} e^{-x} dx$ existe para valores estrictamente positivos de p , dando origen a la denominada *función gamma*, que representaremos por $\Gamma(p)$:

$$\Gamma(p) = \int_0^{+\infty} x^{p-1} e^{-x} dx, \quad p > 0.$$

Propiedades

- i) $\Gamma(1) = 1$.
- ii) $\Gamma(p+1) = p\Gamma(p)$, $p > 0$.
- iii) Si $p \in \mathbb{N}$, $\Gamma(p) = (p-1)!$.
- iv) Si $k \in \mathbb{N}$, $\Gamma(p+k) = p(p+1) \cdots (p+k-1)\Gamma(p)$.

v) Si $a > 0$, $\int_0^{+\infty} x^{p-1} e^{-ax} dx = \frac{\Gamma(p)}{a^p}$.

vi) $\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{\pi}$.

La función gamma

La integral impropia $\int_0^{+\infty} x^{p-1} e^{-x} dx$ existe para valores estrictamente positivos de p , dando origen a la denominada *función gamma*, que representaremos por $\Gamma(p)$:

$$\Gamma(p) = \int_0^{+\infty} x^{p-1} e^{-x} dx, \quad p > 0.$$

Propiedades

- i) $\Gamma(1) = 1$.
- ii) $\Gamma(p+1) = p\Gamma(p)$, $p > 0$.
- iii) Si $p \in \mathbb{N}$, $\Gamma(p) = (p-1)!$.
- iv) Si $k \in \mathbb{N}$, $\Gamma(p+k) = p(p+1) \cdots (p+k-1)\Gamma(p)$.

v) Si $a > 0$, $\int_0^{+\infty} x^{p-1} e^{-ax} dx = \frac{\Gamma(p)}{a^p}$.

vi) $\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{\pi}$.

Demostración:

Valor de la variable	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa
blanco	5	0,20
rojo	4	0,16
verde	5	0,20
violeta	1	0,04
matriculado	4	0,16
total	25	

La función gamma

La integral impropia $\int_0^{+\infty} x^{p-1} e^{-x} dx$ existe para valores estrictamente positivos de p , dando origen a la denominada *función gamma*, que representaremos por $\Gamma(p)$:

$$\Gamma(p) = \int_0^{+\infty} x^{p-1} e^{-x} dx, \quad p > 0.$$

Propiedades

- i) $\Gamma(1) = 1$.
- ii) $\Gamma(p+1) = p\Gamma(p)$, $p > 0$.
- iii) Si $p \in \mathbb{N}$, $\Gamma(p) = (p-1)!$.
- iv) Si $k \in \mathbb{N}$, $\Gamma(p+k) = p(p+1) \cdots (p+k-1)\Gamma(p)$.

v) Si $a > 0$, $\int_0^{+\infty} x^{p-1} e^{-ax} dx = \frac{\Gamma(p)}{a^p}$.

vi) $\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{\pi}$.

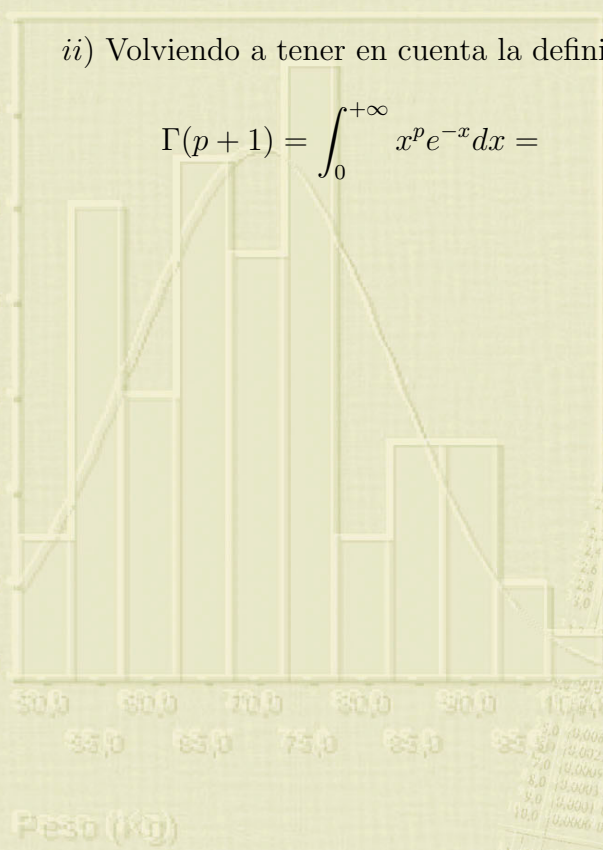
Demostración:

i) A partir de la definición de la función gamma, se tiene

$$\Gamma(1) = \int_0^{+\infty} e^{-x} dx = [-e^{-x}]_0^{+\infty} = 1.$$

ii) Volviendo a tener en cuenta la definición de función gamma, e integrando por partes, se tiene

$$\Gamma(p + 1) = \int_0^{+\infty} x^p e^{-x} dx =$$



Peso (KG)



$f(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
0.1	0.0044	0.0075	0.0043	0.0005	0.0000								
0.2	0.0147	0.0183	0.0104	0.0011	0.0001	0.0000							
0.3	0.0440	0.0222	0.0033	0.0003	0.0002	0.0000							
0.4	0.0703	0.0261	0.0056	0.0007	0.0005	0.0001	0.0000						
0.5	0.0905	0.0333	0.0078	0.0012	0.0009	0.0002	0.0000						
0.6	0.1143	0.0394	0.0098	0.0018	0.0016	0.0004	0.0000	0.0000					
0.7	0.1406	0.0447	0.0117	0.0026	0.0026	0.0007	0.0001	0.0000	0.0000				
0.8	0.1690	0.0493	0.0136	0.0035	0.0037	0.0011	0.0002	0.0000	0.0000	0.0000			
0.9	0.2000	0.0533	0.0154	0.0044	0.0047	0.0015	0.0003	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000		
1.0	0.2342	0.0569	0.0171	0.0053	0.0057	0.0019	0.0004	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	

Valor de la variable	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa
blanco	5	0.20
gris	4	0.16
rojo	5	0.20
verde	5	0.20
violeta	1	0.04
metalicado	4	0.16
total	25	1

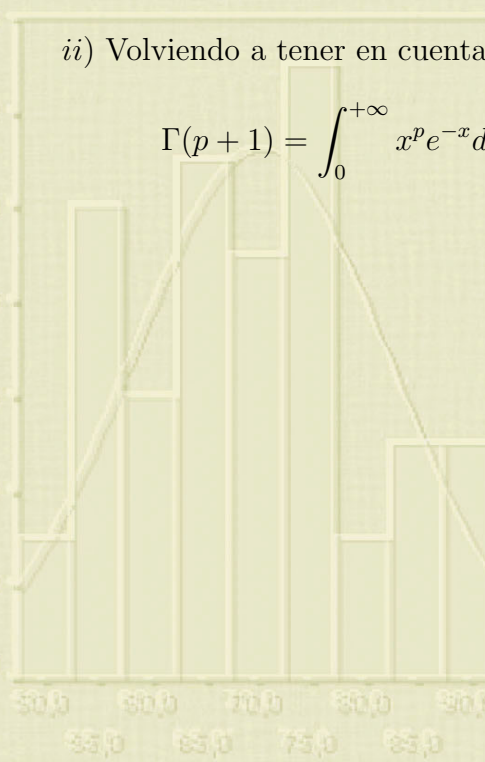
x	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
0.0	0.0003	0.0005	0.0002										
0.1	0.0022	0.0032	0.0005	0.0001	0.0001								
0.2	0.0043	0.0071	0.0005	0.0001	0.0001								
0.3	0.0078	0.0108	0.0006	0.0002	0.0002								
0.4	0.0117	0.0159	0.0007	0.0003	0.0003								
0.5	0.0160	0.0213	0.0008	0.0004	0.0004								
0.6	0.0207	0.0277	0.0009	0.0005	0.0005								
0.7	0.0258	0.0347	0.0010	0.0006	0.0006								
0.8	0.0313	0.0426	0.0011	0.0007	0.0007								
0.9	0.0372	0.0525	0.0012	0.0008	0.0008								
1.0	0.0435	0.0634	0.0013	0.0009	0.0009								





ii) Volviendo a tener en cuenta la definición de función gamma, e integrando por partes, se tiene

$$\Gamma(p + 1) = \int_0^{+\infty} x^p e^{-x} dx = \left[\begin{array}{l} u = x^p, \quad \rightarrow \quad du = px^{p-1} dx \\ dv = e^{-x} dx, \quad \rightarrow \quad v = -e^{-x} \end{array} \right] =$$



Peso (KG)

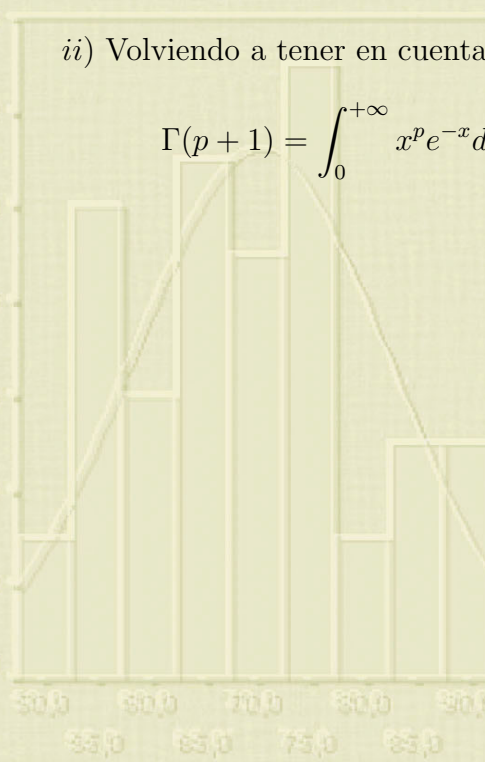


Valor de la variable	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa
blanco	5	0.20
gris	4	0.16
rojo	3	0.12
verde	5	0.20
violeta	1	0.04
metalicado	4	0.16
total	25	1

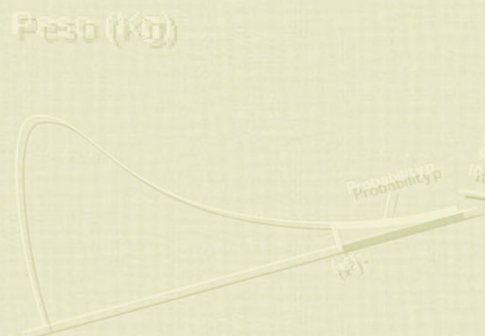


ii) Volviendo a tener en cuenta la definición de función gamma, e integrando por partes, se tiene

$$\Gamma(p + 1) = \int_0^{+\infty} x^p e^{-x} dx = \left[\begin{array}{l} u = x^p, \quad \rightarrow \quad du = px^{p-1} dx \\ dv = e^{-x} dx, \quad \rightarrow \quad v = -e^{-x} \end{array} \right] = [-x^p e^{-x}]_0^{+\infty} + \int_0^{+\infty} px^{p-1} e^{-x} dx =$$



Valor de la variable	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa
blanco	5	0.20
gris	4	0.16
rojo	3	0.12
verde	5	0.20
violeta	1	0.04
metalicado	4	0.16
total	25	1

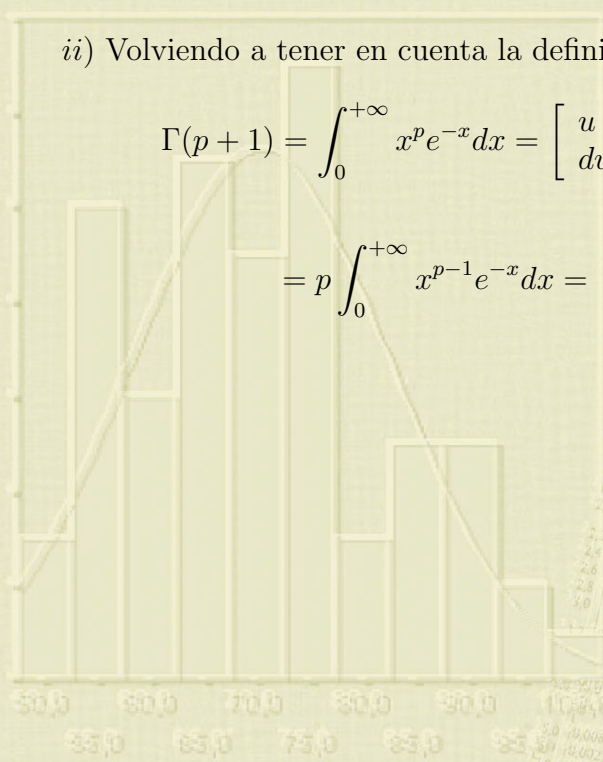




ii) Volviendo a tener en cuenta la definición de función gamma, e integrando por partes, se tiene

$$\Gamma(p + 1) = \int_0^{+\infty} x^p e^{-x} dx = \left[\begin{array}{l} u = x^p, \quad \rightarrow \quad du = px^{p-1} dx \\ dv = e^{-x} dx, \quad \rightarrow \quad v = -e^{-x} \end{array} \right] = [-x^p e^{-x}]_0^{+\infty} + \int_0^{+\infty} px^{p-1} e^{-x} dx =$$

$$= p \int_0^{+\infty} x^{p-1} e^{-x} dx =$$



Valor de la variable	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa
blanco	5	0.20
gris	4	0.16
rojo	3	0.12
verde	5	0.20
violeta	1	0.04
metalicado	4	0.16
total	25	1

PESO (KG)

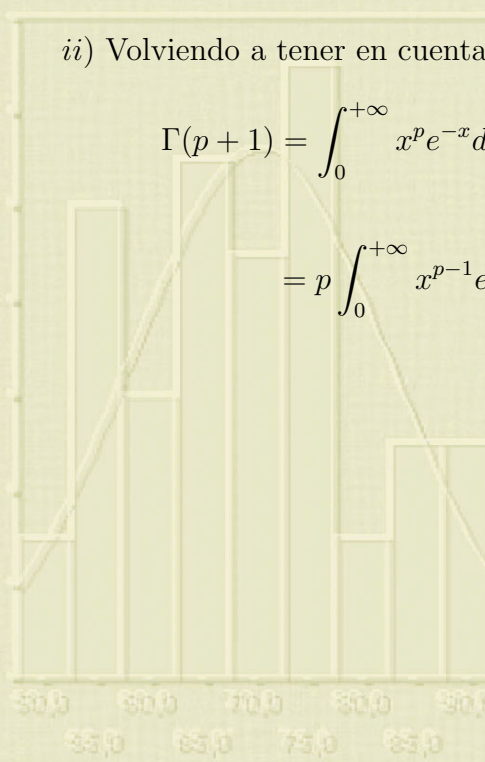
Probabilidad



ii) Volviendo a tener en cuenta la definición de función gamma, e integrando por partes, se tiene

$$\Gamma(p + 1) = \int_0^{+\infty} x^p e^{-x} dx = \left[\begin{array}{l} u = x^p, \quad \rightarrow \quad du = px^{p-1} dx \\ dv = e^{-x} dx, \quad \rightarrow \quad v = -e^{-x} \end{array} \right] = [-x^p e^{-x}]_0^{+\infty} + \int_0^{+\infty} px^{p-1} e^{-x} dx =$$

$$= p \int_0^{+\infty} x^{p-1} e^{-x} dx = p\Gamma(p).$$



Peso (kg)



Background collage containing:

- A table with columns: "Valor de la variable", "Frecuencia absoluta", "Frecuencia relativa".
- A 3D pie chart with segments labeled 10.0%, 20.0%, 30.0%, 40.0%.
- A 3D bar chart with segments labeled 10.0%, 20.0%, 30.0%, 40.0%.
- A grid of small car icons.
- Various mathematical tables and data points.

ii) Volviendo a tener en cuenta la definición de función gamma, e integrando por partes, se tiene

$$\Gamma(p+1) = \int_0^{+\infty} x^p e^{-x} dx = \left[\begin{array}{l} u = x^p, \quad \rightarrow \quad du = px^{p-1} dx \\ dv = e^{-x} dx, \quad \rightarrow \quad v = -e^{-x} \end{array} \right] = [-x^p e^{-x}]_0^{+\infty} + \int_0^{+\infty} px^{p-1} e^{-x} dx =$$

$$= p \int_0^{+\infty} x^{p-1} e^{-x} dx = p\Gamma(p).$$

iii) Esta propiedad es inmediata a partir de los dos primeras.

Peso (kg)

Probabilidad

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25

26 27 28 29 30

31 32 33 34 35 36 37 38 39 40

41 42 43 44 45 46 47 48 49 50

51 52 53 54 55 56 57 58 59 60

61 62 63 64 65 66 67 68 69 70

71 72 73 74 75 76 77 78 79 80

81 82 83 84 85 86 87 88 89 90

91 92 93 94 95 96 97 98 99 100

Valor de la variable	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa
blanco	5	0,20
gris	4	0,16
rojo	6	0,24
verde	5	0,20
violeta	1	0,04
metalicado	4	0,16
total	25	1

ii) Volviendo a tener en cuenta la definición de función gamma, e integrando por partes, se tiene

$$\Gamma(p+1) = \int_0^{+\infty} x^p e^{-x} dx = \left[\begin{array}{l} u = x^p, \quad \rightarrow \quad du = px^{p-1} dx \\ dv = e^{-x} dx, \quad \rightarrow \quad v = -e^{-x} \end{array} \right] = [-x^p e^{-x}]_0^{+\infty} + \int_0^{+\infty} px^{p-1} e^{-x} dx =$$

$$= p \int_0^{+\infty} x^{p-1} e^{-x} dx = p\Gamma(p).$$

iii) Esta propiedad es inmediata a partir de los dos primeras.

iv) Esta propiedad es inmediata a partir de la segunda.

Peso (kg)

Probabilidad

ii) Volviendo a tener en cuenta la definición de función gamma, e integrando por partes, se tiene

$$\Gamma(p+1) = \int_0^{+\infty} x^p e^{-x} dx = \left[\begin{array}{l} u = x^p, \quad \rightarrow \quad du = px^{p-1} dx \\ dv = e^{-x} dx, \quad \rightarrow \quad v = -e^{-x} \end{array} \right] = [-x^p e^{-x}]_0^{+\infty} + \int_0^{+\infty} px^{p-1} e^{-x} dx =$$

$$= p \int_0^{+\infty} x^{p-1} e^{-x} dx = p\Gamma(p).$$

iii) Esta propiedad es inmediata a partir de los dos primeras.

iv) Esta propiedad es inmediata a partir de la segunda.

v) Haciendo el cambio de variable $u = ax$ en la integral que define a la función gamma se obtiene

$$\int_0^{+\infty} x^{p-1} e^{-ax} dx =$$

ii) Volviendo a tener en cuenta la definición de función gamma, e integrando por partes, se tiene

$$\Gamma(p+1) = \int_0^{+\infty} x^p e^{-x} dx = \left[\begin{array}{l} u = x^p, \quad \rightarrow \quad du = px^{p-1} dx \\ dv = e^{-x} dx, \quad \rightarrow \quad v = -e^{-x} \end{array} \right] = [-x^p e^{-x}]_0^{+\infty} + \int_0^{+\infty} px^{p-1} e^{-x} dx =$$

$$= p \int_0^{+\infty} x^{p-1} e^{-x} dx = p\Gamma(p).$$

iii) Esta propiedad es inmediata a partir de los dos primeras.

iv) Esta propiedad es inmediata a partir de la segunda.

v) Haciendo el cambio de variable $u = ax$ en la integral que define a la función gamma se obtiene

$$\int_0^{+\infty} x^{p-1} e^{-ax} dx = \left[\begin{array}{l} u = ax \quad \rightarrow \quad x = u/a \\ \quad \quad \quad \rightarrow \quad dx = du/a \end{array} \right] =$$

ii) Volviendo a tener en cuenta la definición de función gamma, e integrando por partes, se tiene

$$\Gamma(p+1) = \int_0^{+\infty} x^p e^{-x} dx = \left[\begin{array}{l} u = x^p, \quad \rightarrow du = px^{p-1} dx \\ dv = e^{-x} dx, \quad \rightarrow v = -e^{-x} \end{array} \right] = [-x^p e^{-x}]_0^{+\infty} + \int_0^{+\infty} px^{p-1} e^{-x} dx =$$

$$= p \int_0^{+\infty} x^{p-1} e^{-x} dx = p\Gamma(p).$$

iii) Esta propiedad es inmediata a partir de los dos primeras.

iv) Esta propiedad es inmediata a partir de la segunda.

v) Haciendo el cambio de variable $u = ax$ en la integral que define a la función gamma se obtiene

$$\int_0^{+\infty} x^{p-1} e^{-ax} dx = \left[\begin{array}{l} u = ax \quad \rightarrow x = u/a \\ \quad \quad \rightarrow dx = du/a \end{array} \right] = \int_0^{+\infty} \frac{u^{p-1}}{a^{p-1}} e^{-u} \frac{du}{a} =$$

ii) Volviendo a tener en cuenta la definición de función gamma, e integrando por partes, se tiene

$$\Gamma(p+1) = \int_0^{+\infty} x^p e^{-x} dx = \left[\begin{array}{l} u = x^p, \quad \rightarrow \quad du = px^{p-1} dx \\ dv = e^{-x} dx, \quad \rightarrow \quad v = -e^{-x} \end{array} \right] = [-x^p e^{-x}]_0^{+\infty} + \int_0^{+\infty} px^{p-1} e^{-x} dx =$$

$$= p \int_0^{+\infty} x^{p-1} e^{-x} dx = p\Gamma(p).$$

iii) Esta propiedad es inmediata a partir de los dos primeras.

iv) Esta propiedad es inmediata a partir de la segunda.

v) Haciendo el cambio de variable $u = ax$ en la integral que define a la función gamma se obtiene

$$\int_0^{+\infty} x^{p-1} e^{-ax} dx = \left[\begin{array}{l} u = ax \quad \rightarrow \quad x = u/a \\ \quad \quad \rightarrow \quad dx = du/a \end{array} \right] = \int_0^{+\infty} \frac{u^{p-1}}{a^{p-1}} e^{-u} \frac{du}{a} = \frac{1}{a^p} \int_0^{+\infty} u^{p-1} e^{-u} du =$$

ii) Volviendo a tener en cuenta la definición de función gamma, e integrando por partes, se tiene

$$\begin{aligned}\Gamma(p+1) &= \int_0^{+\infty} x^p e^{-x} dx = \left[\begin{array}{l} u = x^p, \quad \rightarrow du = px^{p-1} dx \\ dv = e^{-x} dx, \quad \rightarrow v = -e^{-x} \end{array} \right] = [-x^p e^{-x}]_0^{+\infty} + \int_0^{+\infty} px^{p-1} e^{-x} dx = \\ &= p \int_0^{+\infty} x^{p-1} e^{-x} dx = p\Gamma(p).\end{aligned}$$

iii) Esta propiedad es inmediata a partir de los dos primeras.

iv) Esta propiedad es inmediata a partir de la segunda.

v) Haciendo el cambio de variable $u = ax$ en la integral que define a la función gamma se obtiene

$$\int_0^{+\infty} x^{p-1} e^{-ax} dx = \left[\begin{array}{l} u = ax \quad \rightarrow x = u/a \\ \quad \quad \rightarrow dx = du/a \end{array} \right] = \int_0^{+\infty} \frac{u^{p-1}}{a^{p-1}} e^{-u} \frac{du}{a} = \frac{1}{a^p} \int_0^{+\infty} u^{p-1} e^{-u} du = \frac{1}{a^p} \Gamma(p).$$

ii) Volviendo a tener en cuenta la definición de función gamma, e integrando por partes, se tiene

$$\begin{aligned}\Gamma(p+1) &= \int_0^{+\infty} x^p e^{-x} dx = \left[\begin{array}{l} u = x^p, \quad \rightarrow du = px^{p-1} dx \\ dv = e^{-x} dx, \quad \rightarrow v = -e^{-x} \end{array} \right] = [-x^p e^{-x}]_0^{+\infty} + \int_0^{+\infty} px^{p-1} e^{-x} dx = \\ &= p \int_0^{+\infty} x^{p-1} e^{-x} dx = p\Gamma(p).\end{aligned}$$

iii) Esta propiedad es inmediata a partir de los dos primeras.

iv) Esta propiedad es inmediata a partir de la segunda.

v) Haciendo el cambio de variable $u = ax$ en la integral que define a la función gamma se obtiene

$$\int_0^{+\infty} x^{p-1} e^{-ax} dx = \left[\begin{array}{l} u = ax \quad \rightarrow x = u/a \\ \quad \quad \rightarrow dx = du/a \end{array} \right] = \int_0^{+\infty} \frac{u^{p-1}}{a^{p-1}} e^{-u} \frac{du}{a} = \frac{1}{a^p} \int_0^{+\infty} u^{p-1} e^{-u} du = \frac{1}{a^p} \Gamma(p).$$

vi) A partir de la definición de función gamma se tiene

$$\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \int_0^{+\infty} x^{-1/2} e^{-x} dx =$$

ii) Volviendo a tener en cuenta la definición de función gamma, e integrando por partes, se tiene

$$\Gamma(p + 1) = \int_0^{+\infty} x^p e^{-x} dx = \left[\begin{array}{l} u = x^p, \quad \rightarrow \quad du = px^{p-1} dx \\ dv = e^{-x} dx, \quad \rightarrow \quad v = -e^{-x} \end{array} \right] = [-x^p e^{-x}]_0^{+\infty} + \int_0^{+\infty} px^{p-1} e^{-x} dx = \\ = p \int_0^{+\infty} x^{p-1} e^{-x} dx = p\Gamma(p).$$

iii) Esta propiedad es inmediata a partir de los dos primeras.

iv) Esta propiedad es inmediata a partir de la segunda.

v) Haciendo el cambio de variable $u = ax$ en la integral que define a la función gamma se obtiene

$$\int_0^{+\infty} x^{p-1} e^{-ax} dx = \left[\begin{array}{l} u = ax \quad \rightarrow \quad x = u/a \\ \quad \quad \quad \rightarrow \quad dx = du/a \end{array} \right] = \int_0^{+\infty} \frac{u^{p-1}}{a^{p-1}} e^{-u} \frac{du}{a} = \frac{1}{a^p} \int_0^{+\infty} u^{p-1} e^{-u} du = \frac{1}{a^p} \Gamma(p).$$

vi) A partir de la definición de función gamma se tiene

$$\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \int_0^{+\infty} x^{-1/2} e^{-x} dx = \left[\begin{array}{l} u = \sqrt{2x} \quad \rightarrow \quad x = u^2/2 \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad dx = u du \end{array} \right] =$$

ii) Volviendo a tener en cuenta la definición de función gamma, e integrando por partes, se tiene

$$\begin{aligned}\Gamma(p+1) &= \int_0^{+\infty} x^p e^{-x} dx = \left[\begin{array}{l} u = x^p, \quad \rightarrow du = px^{p-1} dx \\ dv = e^{-x} dx, \quad \rightarrow v = -e^{-x} \end{array} \right] = [-x^p e^{-x}]_0^{+\infty} + \int_0^{+\infty} px^{p-1} e^{-x} dx = \\ &= p \int_0^{+\infty} x^{p-1} e^{-x} dx = p\Gamma(p).\end{aligned}$$

iii) Esta propiedad es inmediata a partir de los dos primeras.

iv) Esta propiedad es inmediata a partir de la segunda.

v) Haciendo el cambio de variable $u = ax$ en la integral que define a la función gamma se obtiene

$$\int_0^{+\infty} x^{p-1} e^{-ax} dx = \left[\begin{array}{l} u = ax \quad \rightarrow x = u/a \\ \quad \quad \quad \rightarrow dx = du/a \end{array} \right] = \int_0^{+\infty} \frac{u^{p-1}}{a^{p-1}} e^{-u} \frac{du}{a} = \frac{1}{a^p} \int_0^{+\infty} u^{p-1} e^{-u} du = \frac{1}{a^p} \Gamma(p).$$

vi) A partir de la definición de función gamma se tiene

$$\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \int_0^{+\infty} x^{-1/2} e^{-x} dx = \left[\begin{array}{l} u = \sqrt{2x} \quad \rightarrow x = u^2/2 \\ \quad \quad \quad dx = u du \end{array} \right] = \sqrt{2} \int_0^{+\infty} e^{-u^2/2} du.$$

ii) Volviendo a tener en cuenta la definición de función gamma, e integrando por partes, se tiene

$$\begin{aligned}\Gamma(p+1) &= \int_0^{+\infty} x^p e^{-x} dx = \left[\begin{array}{l} u = x^p, \quad \rightarrow du = px^{p-1} dx \\ dv = e^{-x} dx, \quad \rightarrow v = -e^{-x} \end{array} \right] = [-x^p e^{-x}]_0^{+\infty} + \int_0^{+\infty} px^{p-1} e^{-x} dx = \\ &= p \int_0^{+\infty} x^{p-1} e^{-x} dx = p\Gamma(p).\end{aligned}$$

iii) Esta propiedad es inmediata a partir de los dos primeras.

iv) Esta propiedad es inmediata a partir de la segunda.

v) Haciendo el cambio de variable $u = ax$ en la integral que define a la función gamma se obtiene

$$\int_0^{+\infty} x^{p-1} e^{-ax} dx = \left[\begin{array}{l} u = ax \quad \rightarrow x = u/a \\ \quad \quad \quad \rightarrow dx = du/a \end{array} \right] = \int_0^{+\infty} \frac{u^{p-1}}{a^{p-1}} e^{-u} \frac{du}{a} = \frac{1}{a^p} \int_0^{+\infty} u^{p-1} e^{-u} du = \frac{1}{a^p} \Gamma(p).$$

vi) A partir de la definición de función gamma se tiene

$$\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \int_0^{+\infty} x^{-1/2} e^{-x} dx = \left[\begin{array}{l} u = \sqrt{2x} \quad \rightarrow x = u^2/2 \\ \quad \quad \quad dx = u du \end{array} \right] = \sqrt{2} \int_0^{+\infty} e^{-u^2/2} du.$$

Como la función $e^{-u^2/2}$ es par, se tiene

$$\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{2} \int_0^{+\infty} e^{-u^2/2} du = \frac{\sqrt{2}}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-u^2/2} du = \frac{1}{\sqrt{2}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-u^2/2} du,$$

ii) Volviendo a tener en cuenta la definición de función gamma, e integrando por partes, se tiene

$$\begin{aligned}\Gamma(p+1) &= \int_0^{+\infty} x^p e^{-x} dx = \left[\begin{array}{l} u = x^p, \quad \rightarrow du = px^{p-1} dx \\ dv = e^{-x} dx, \quad \rightarrow v = -e^{-x} \end{array} \right] = [-x^p e^{-x}]_0^{+\infty} + \int_0^{+\infty} px^{p-1} e^{-x} dx = \\ &= p \int_0^{+\infty} x^{p-1} e^{-x} dx = p\Gamma(p).\end{aligned}$$

iii) Esta propiedad es inmediata a partir de los dos primeras.

iv) Esta propiedad es inmediata a partir de la segunda.

v) Haciendo el cambio de variable $u = ax$ en la integral que define a la función gamma se obtiene

$$\int_0^{+\infty} x^{p-1} e^{-ax} dx = \left[\begin{array}{l} u = ax \quad \rightarrow x = u/a \\ \quad \quad \quad \rightarrow dx = du/a \end{array} \right] = \int_0^{+\infty} \frac{u^{p-1}}{a^{p-1}} e^{-u} \frac{du}{a} = \frac{1}{a^p} \int_0^{+\infty} u^{p-1} e^{-u} du = \frac{1}{a^p} \Gamma(p).$$

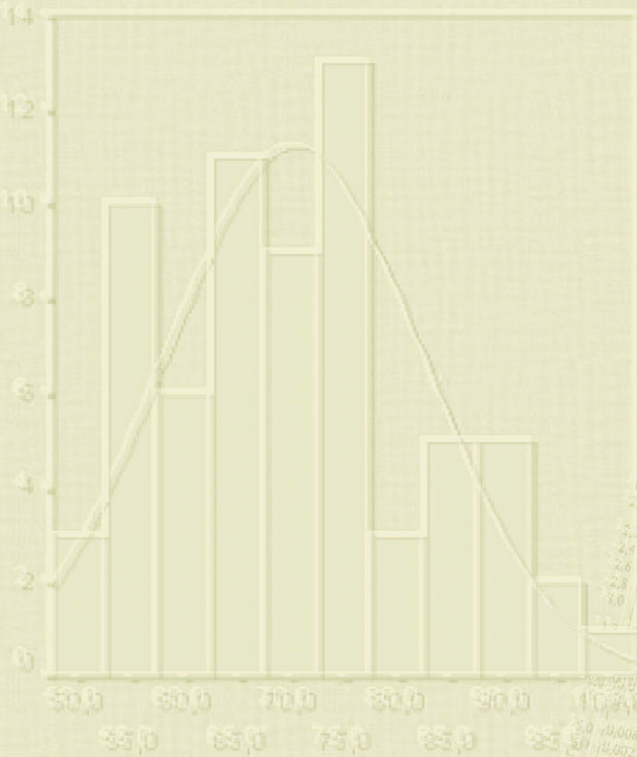
vi) A partir de la definición de función gamma se tiene

$$\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \int_0^{+\infty} x^{-1/2} e^{-x} dx = \left[\begin{array}{l} u = \sqrt{2x} \quad \rightarrow x = u^2/2 \\ \quad \quad \quad dx = u du \end{array} \right] = \sqrt{2} \int_0^{+\infty} e^{-u^2/2} du.$$

Como la función $e^{-u^2/2}$ es par, se tiene

$$\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{2} \int_0^{+\infty} e^{-u^2/2} du = \frac{\sqrt{2}}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-u^2/2} du = \frac{1}{\sqrt{2}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-u^2/2} du,$$

y multiplicando y dividiendo por $\sqrt{\pi}$, se concluye que



$$\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-u^2/2} du.$$

Tabla 2
Distribucion de Poisson P(k)

k	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
0.1	0.9048	0.0952	0.0043	0.0002	0.0000								
0.2	0.8187	0.1813	0.0164	0.0011	0.0001	0.0000							
0.3	0.7408	0.2592	0.0313	0.0033	0.0002	0.0000							
0.4	0.6703	0.3281	0.0556	0.0072	0.0005	0.0001	0.0000						
0.5	0.6065	0.3933	0.0778	0.0126	0.0018	0.0001	0.0000						
0.6	0.5488	0.4541	0.0978	0.0178	0.0036	0.0009	0.0000	0.0000					
0.7	0.4966	0.5128	0.1157	0.0229	0.0056	0.0017	0.0001	0.0000	0.0000				
0.8	0.4493	0.5575	0.1318	0.0281	0.0076	0.0027	0.0012	0.0001	0.0000	0.0000			
0.9	0.4066	0.3635	0.1467	0.0333	0.0111	0.0046	0.0026	0.0016	0.0006	0.0002	0.0000		
1.0	0.3679	0.5767	0.1595	0.0383	0.0153	0.0053	0.0031	0.0019	0.0011	0.0006	0.0003	0.0001	0.0000
1.1	0.3329	0.6062	0.2014	0.0478	0.0203	0.0074	0.0048	0.0032	0.0022	0.0014	0.0008	0.0005	0.0002
1.2	0.3012	0.6404	0.2468	0.0605	0.0266	0.0120	0.0082	0.0056	0.0042	0.0031	0.0024	0.0017	0.0012
1.3	0.2725	0.6781	0.2948	0.0774	0.0354	0.0194	0.0136	0.0096	0.0072	0.0056	0.0044	0.0035	0.0028
1.4	0.2466	0.7187	0.3457	0.1000	0.0484	0.0274	0.0200	0.0144	0.0111	0.0086	0.0071	0.0061	0.0053
1.5	0.2231	0.7617	0.3996	0.1253	0.0671	0.0411	0.0316	0.0226	0.0171	0.0131	0.0106	0.0091	0.0081
1.6	0.2015	0.8070	0.4564	0.1528	0.0909	0.0576	0.0447	0.0347	0.0276	0.0216	0.0171	0.0141	0.0126
1.7	0.1827	0.8546	0.5168	0.1828	0.1209	0.0774	0.0616	0.0516	0.0416	0.0336	0.0281	0.0241	0.0216
1.8	0.1663	0.9043	0.5796	0.2148	0.1544	0.0974	0.0774	0.0674	0.0574	0.0494	0.0434	0.0394	0.0364
1.9	0.1516	0.9562	0.6447	0.2496	0.1928	0.1228	0.0974	0.0874	0.0794	0.0734	0.0694	0.0664	0.0644
2.0	0.1383	0.1207	0.2707	0.1804	0.1502	0.1101	0.0726	0.0504	0.0366	0.0276	0.0216	0.0176	0.0146
2.1	0.1108	0.2438	0.2601	0.1928	0.1528	0.1128	0.0774	0.0574	0.0434	0.0334	0.0274	0.0234	0.0214
2.2	0.0904	0.2654	0.2601	0.1928	0.1528	0.1128	0.0774	0.0574	0.0434	0.0334	0.0274	0.0234	0.0214
2.3	0.0768	0.2781	0.2516	0.2128	0.1602	0.1211	0.0834	0.0614	0.0474	0.0374	0.0314	0.0274	0.0254
2.4	0.0668	0.2781	0.2516	0.2128	0.1602	0.1211	0.0834	0.0614	0.0474	0.0374	0.0314	0.0274	0.0254
2.5	0.0594	0.2707	0.2438	0.2248	0.1704	0.1304	0.0904	0.0674	0.0514	0.0414	0.0354	0.0314	0.0294
2.6	0.0534	0.2601	0.2368	0.2368	0.1804	0.1394	0.1004	0.0774	0.0614	0.0514	0.0454	0.0414	0.0394
2.7	0.0484	0.2438	0.2296	0.2468	0.1904	0.1484	0.1104	0.0874	0.0714	0.0614	0.0554	0.0514	0.0494
2.8	0.0444	0.2248	0.2248	0.2568	0.2004	0.1574	0.1204	0.0974	0.0814	0.0714	0.0654	0.0614	0.0594
2.9	0.0404	0.2070	0.2148	0.2668	0.2104	0.1664	0.1304	0.1074	0.0914	0.0814	0.0754	0.0714	0.0694
3.0	0.0364	0.1904	0.2070	0.2768	0.2204	0.1754	0.1404	0.1174	0.1014	0.0914	0.0854	0.0814	0.0794
3.1	0.0324	0.1748	0.2004	0.2868	0.2304	0.1844	0.1504	0.1274	0.1114	0.1014	0.0954	0.0914	0.0894
3.2	0.0284	0.1604	0.1934	0.2968	0.2404	0.1934	0.1604	0.1374	0.1214	0.1114	0.1054	0.1014	0.0994
3.3	0.0244	0.1468	0.1868	0.3068	0.2504	0.2024	0.1704	0.1474	0.1314	0.1214	0.1154	0.1114	0.1094
3.4	0.0204	0.1348	0.1804	0.3168	0.2604	0.2114	0.1804	0.1574	0.1414	0.1314	0.1254	0.1214	0.1194
3.5	0.0164	0.1234	0.1748	0.3268	0.2704	0.2204	0.1904	0.1674	0.1514	0.1414	0.1354	0.1314	0.1294
3.6	0.0124	0.1128	0.1696	0.3368	0.2804	0.2294	0.2004	0.1774	0.1614	0.1514	0.1454	0.1414	0.1394
3.7	0.0084	0.1028	0.1654	0.3468	0.2904	0.2384	0.2104	0.1874	0.1714	0.1614	0.1554	0.1514	0.1494
3.8	0.0044	0.0934	0.1614	0.3568	0.3004	0.2474	0.2204	0.1974	0.1814	0.1714	0.1654	0.1614	0.1594
3.9	0.0004	0.0848	0.1574	0.3668	0.3104	0.2564	0.2304	0.2074	0.1914	0.1814	0.1754	0.1714	0.1694
4.0	0.0000	0.0768	0.1534	0.3768	0.3204	0.2654	0.2404	0.2174	0.2014	0.1914	0.1854	0.1814	0.1794

Valor de la variable	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa
blanco	5	0.20
gris	4	0.16
rojo	3	0.12
verde	5	0.20
violeta	1	0.04
metalicado	4	0.16
total	25	1

Peso (kg)

Probabilidad





$$\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-u^2/2} du.$$

Por último, como $\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-u^2/2}$ es la **función de densidad de la distribución $N(0, 1)$** , su integral vale uno, obteniéndose el resultado. ■



Tabla 2
Distribución de Poisson $P(X=k)$

Valor de la variable	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa
blanco	5	0.20
azul	4	0.16
rojo	6	0.24
verde	5	0.20
violeta	1	0.04
mezclado	4	0.16
Total	25	1

Probabilidad