Práctica 1

Determinación del módulo de Young mediante flexión

1.1 Objetivo

Se trata de calcular el módulo de elasticidad a partir de la deformación que experimenta una varilla de un determinado material.

1.2 Material

Disponemos de una varilla de acero y otra de aluminio, dos soportes sobre los que apoyar los extremos de la varillas, un juego de pesas y un extensómetro de aguja. El extensómetro tiene un vástago móvil con muelle, que acciona una aguja indicadora giratoria (Fig. 1.1).

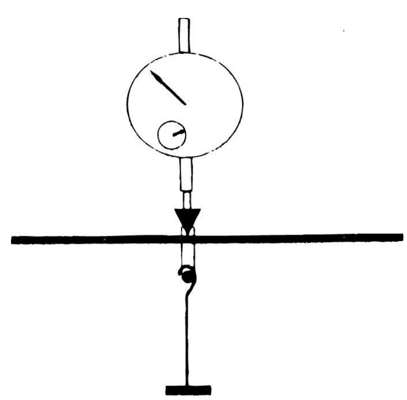

Figura 1.1

1.3 Fundamento

Se define el **módulo de elasticidad** o **de Young** E de un material como la relación entre el esfuerzo longitudinal que se le aplica y la deformación longitudinal unitaria que experimenta.

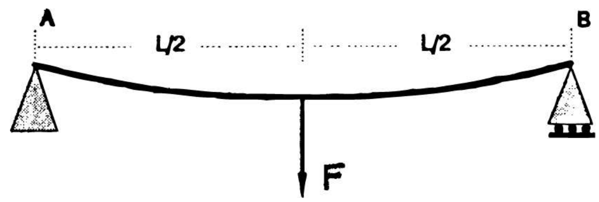

Figura 1.2

Si una varilla elástica de longitud L se apoya en sus extremos y se le aplica en su punto medio una fuerza F, se deformará como indica la Fig. 1.2. El mecanismo interno es el siguiente: las fibras de material que quedan más arriba se comprimen y las que quedan más abajo se estiran. Entre unas y otras hay una capa (la capa neutra) que no se deforma longitudinalmente. Si la sección de la varilla es simétrica, la capa neutra es la parte central a lo largo de la varilla, entre las superficies superior y la inferior. Si la varilla es larga y delgada las deformaciones de cizalla no tienen importancia frente a las longitudinales.

Se puede demostrar que la expresión de la deformación (ξ) debida a la fuerza F en el punto medio de la varilla, en valor absoluto, es

$$\xi = \frac{1}{4Eb}\left(\frac{L}{a}\right)^3 F \ . \qquad (1.1)$$

donde L es la distancia entre apoyos (puntos A y B de la figura), a el grueso de la varilla, b su ancho, F la fuerza aplicada y E el módulo de Young.

Naturalmente, el propio peso de la varilla constituye una carga distribuida sobre ella que produce una deformación adicional, pero ya que las deformaciones se comportan linealmente respecto de las fuerzas que las causan, podremos medir la debida únicamente a la fuerza aplicada F, independientemente de la deformación inicial.

1.4 Realización

Tenemos una varilla de aluminio, cuyas dimensiones son: $a = 2.95 \pm 0.01$ mm y $b = 19.95 \pm 0.01$ mm. La distancia entre apoyos $L = 44.9 \pm 0.2$ cm.

1. El extensómetro ha sido ya calibrado con ayuda de un dinamómetro para acortar la duración de la práctica: dejando libre el extremo inferior del extensómetro se procedió a tirar del extremo inferior con el dinamómetro y se tomaron las lecturas de ambos para diferentes deformaciones x. La relación entre ellas viene dictada por la ley de Hooke y es del tipo

$$F_E = kx + F_R \ , \qquad (1.2)$$

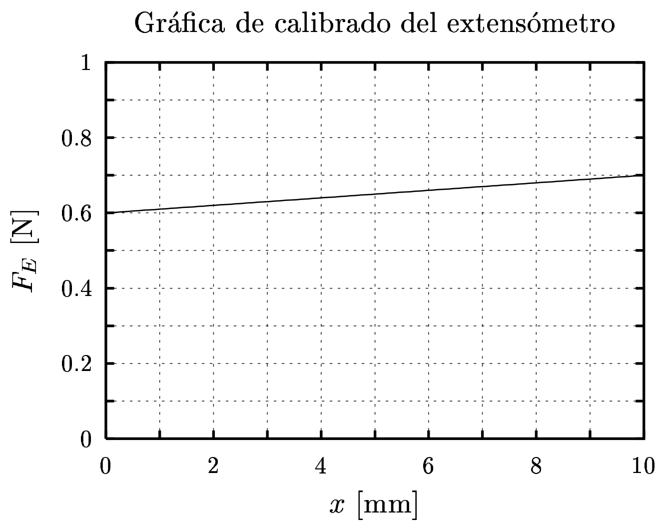

Figura 1.4

donde F_E es la fuerza externa aplicada, k es la constante elástica del resorte del extensómetro y F_R es una fuerza residual, suma de la fuerza recuperadora inicial del resorte (para indicación cero de la aguja) y la fuerza de rozamiento estático interna del instrumento.

La gráfica de calibración se muestra en la Fig. 1.4 y a partir de ella se pide determinar k y F_R. Expresar estas cantidades con sus unidades correspondientes (consejo: expresar estas cantidades en unidades del Sistema Internacional):

$$k = \ldots\ldots(\ldots\ldots) \tag{1.3}$$

$$F_R = \ldots\ldots(\ldots\ldots) \tag{1.4}$$

2. Medida de la deformación del punto central de la varilla para diferentes pesos. Para ello se coloca el extensómetro en su soporte con el vástago apoyado sobre el centro de la varilla a través del soporte de las pesas, tal como indica la Fig. 1.1, de manera que quede comprimido casi a tope y al colocar pesas el extensómetro se extienda. A continuación se apoya el soporte de las pesas con el dedo por debajo y se libera muy suavemente.

   Tener en cuenta que la sensibilidad del extensómetro es 0.01mm.

   (a) Primero anotamos la lectura inicial r_0 del extensómetro (el soporte pesa 10 g), para posteriormente ir colocando pesas de 50 gramos cada una (suponemos que este dato no tiene error), y se van anotando las lecturas r del extensómetro. Las medidas de r para cada masa M aparecen en las columnas 1 y 3 de la Tabla 1.

   (b) Para cada conjunto de medidas de r, calculamos la dispersión $\mathbf{D}$, el tanto por ciento de dispersión $\mathbf{T}$ y el valor medio de r ($\bar{r}$). El valor de la deformación relativa será $\xi = \bar{r} - r_0$. También escribimos este valor junto con su error y unidades en la tabla.

Tener en cuenta que se trata de una medida indirecta, por lo que su error vendrá dado por la fórmula

$$\Delta\xi = \ldots\ldots\ldots \tag{1.5}$$

Los resultados obtenidos, con su error, aparecen en la siguiente tabla:

M [g]	r [mm]	D	T	n	$\bar{r}$ [$\times 10^{-3}$ m]	ξ [$\times 10^{-3}$ m]
10	7.90,7.91,7.90 (7.90,7.90,7.91)				$\ldots \pm \ldots$	$\ldots \pm \ldots$
60	8.22,8.23,8.24 (8.22,8.22,8.23)				$\ldots \pm \ldots$	$\ldots \pm \ldots$
110	8.51,8.53,8.53 (8.52,8.53,8.53)				$\ldots \pm \ldots$	$\ldots \pm \ldots$
160	8.84,8.84,8.84 (8.84,8.83,8.83)				$\ldots \pm \ldots$	$\ldots \pm \ldots$
210	9.35,9.13,9.14 (9.15,9.13,9.14)				$\ldots \pm \ldots$	$\ldots \pm \ldots$
260	9.46,9.47,9.47 (9.47,9.50,9.50)				$\ldots \pm \ldots$	$\ldots \pm \ldots$
310	9.77,9.76,9.78 (9.76,9.76,9.77)				$\ldots \pm \ldots$	$\ldots \pm \ldots$

(n es el número de datos usados para calcular el valor medio de r en cada caso).

(c) Un vez que tenemos la deformación producida por cada masa, estamos en condiciones de calcular la fuerza F aplicada ($F = P + F_R - kr$), donde P es el valor del peso acumulado (lo calculamos a partir de las masas de las pesas colocadas). De nuevo, se trata de una medida indirecta, por lo que el error vendrá dado por la fórmula

$$\Delta F = \ldots\ldots \tag{1.6}$$

Hacemos una tabla con los valores de la masa acumulada, el peso calculado y la fuerza aplicada, poniendo en cada caso el error correspondiente:

M [$\times 10^{-3}$ kg]	P [N]	F[N]
		$\ldots\ldots \pm \ldots\ldots$
		$\ldots\ldots \pm \ldots\ldots$
		$\ldots\ldots \pm \ldots\ldots$
		$\ldots\ldots \pm \ldots\ldots$
		$\ldots\ldots \pm \ldots\ldots$
		$\ldots\ldots \pm \ldots\ldots$
		$\ldots\ldots \pm \ldots\ldots$

(d) Realizamos en papel milimetrado la representación gráfica de la deformación relativa ξ en ordenadas, frente a la fuerza aplicada F en abcisas. Según la ecuación 1.1 estos puntos se deberían ajustar bien con una recta. Realizar el ajuste gráfico de estos puntos. La pendiente es

$$m = \ldots\ldots \pm \ldots\ldots (\ldots\ldots) \tag{1.7}$$

Escribir la relación teórica entre el módulo de Young y la pendiente:

$$E = \tag{1.8}$$

Podemos calcular también el error de esta fórmula

$$\Delta E = \tag{1.9}$$

Por lo que para este material deducimos un módulo de Young

$$E = \ldots\ldots \pm \ldots\ldots (\ldots\ldots) \tag{1.10}$$

que podemos comparar con el valor del Módulo de Young que aparece en la tabla del laboratorio para el caso del aluminio, que es de $E = 7.1 \times 10^{10} N/m^2$.

Comentar el resultado: