

## RESOLUCIÓN INTERACTIVA DEL SIMPLEX DUAL

Este material interactivo presenta la resolución interactiva de un ejemplo concreto de un problema de P.L. mediante el método Simplex Dual. Así, partiendo de la tabla inicial para dicho problema la primera cuestión que se plantea al alumno es si la solución básica inicial es óptima, ante la cual puede seleccionar dos opciones: si el alumno cree que es capaz de responder a esta pregunta debe elegir el botón *Continuar y comprobar*; si no sabe, debe seleccionar el botón *Necesito ayuda*.

AUTORAS: [M.J. García-Ligero Ramírez](#) y [P. Román Román](#)  
Departamento de Estadística e I.O. Universidad de Granada

### Resolución interactiva del Simplex Dual

$c_j$		-3	-2	-3	0	0	
$c_{B_i}$	Variables básicas	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$s_1$	$s_2$	$x_{B_i}$
0	$s_1$	-1	-2	-1	1	0	-1
0	$s_2$	-1	-2	-2	0	1	-7

¿La solución obtenida es óptima?

Opciones para comprobar si una solución obtenida es óptima en la aplicación del método Simplex Dual

Si el alumno selecciona la opción *Continuar y comprobar*, se le suministra la solución, sin detalles, a la pregunta propuesta, pudiendo optar por la opción *Volver* si comprueba que su opción no era la adecuada y debe seleccionar el botón *Necesito ayuda*.



### Resolución interactiva del Simplex Dual

		$c_j$	-3	-2	-3	0	0	
$c_{B_i}$	Variables básicas	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$s_1$	$s_2$	$x_{B_i}$	
0	$s_1$	-1	-2	-1	1	0	-1	-
0	$s_2$	-1	-2	-2	0	1	-7	-
	$Z_j$	0	0	0	0	0	0	0
	$Z_j - c_j$	3	2	3	0	0		

Para que la solución sea óptima debe ser factible. Dado que dicha condición no se cumple, la solución no es óptima y no es posible aplicar el método simplex.

Sin embargo como los valores  $Z_j - c_j$  son mayores o iguales que cero, existe una base dual factible y se puede aplicar el simplex dual para obtener la solución óptima.

Determina la variable que sale de la base y la que entra

Continuar y comprobar
Necesito ayuda
Volver

Explicación obtenida al seleccionar la opción *Continuar y comprobar* en la pantalla mostrada en la figura anterior

Si por el contrario selecciona *Necesito ayuda*, se le explica de forma detallada y con animaciones cómo realizar los cálculos necesarios y comprobar las condiciones necesarias para llegar a la respuesta adecuada.

### Resolución interactiva del Simplex Dual

		$c_j$	-3	-2	-3	0	0	
$c_{B_i}$	Variables básicas	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$s_1$	$s_2$	$x_{B_i}$	
0	$s_1$	-1	-2	-1	1	0	-1	-
0	$s_2$	-1	-2	-2	0	1	-7	-
	$Z_j$	0	0	0	0	0	0	0

Para que la solución sea óptima debe ser factible. Dado que dicha condición no se cumple, la solución no es óptima y no es posible aplicar el método simplex.

Comprobamos si es posible aplicar el simplex dual para obtener la solución óptima.

Para ello, incluimos en la tabla dos nuevas filas. En la primera

$$z_j = \sum_i a_{ij} c_{B_i}$$

$i = 2 \quad j = 5$

$$z_1 = a_{11} c_{B_1} + a_{21} c_{B_2} = -1 \times 0 + (-1) \times 0 = 0$$

$$z_2 = a_{12} c_{B_1} + a_{22} c_{B_2} = -2 \times 0 + (-2) \times 0 = 0$$

$$z_3 = a_{13} c_{B_1} + a_{23} c_{B_2}$$

Obtención de la fila indicadora  $z_j$

### Resolución interactiva del Simplex Dual

		$c_j$	-3	-2	-3	0	0	
$c_{B_i}$	Variables básicas	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$s_1$	$s_2$	$x_{B_i}$	
0	$s_1$	-1	-2	-1	1	0	-1	-
0	$s_2$	-1	-2	-2	0	1	-7	-
	$Z_j$	0	0	0	0	0	0	0

Para que la solución sea óptima debe ser factible. Dado que dicha condición no se cumple, la solución no es óptima y no es posible aplicar el método simplex.

Comprobamos si es posible aplicar el simplex dual para obtener la solución óptima.

Para ello, incluimos en la tabla dos nuevas filas. En la primera

$$z_j = \sum_i a_{ij} c_{B_i}$$

$i = 2 \quad j = 5$

$$z_1 = a_{11} c_{B_1} + a_{21} c_{B_2} = 2 \times 0 + 1 \times 0 = 0$$

$$z_2 = a_{12} c_{B_1} + a_{22} c_{B_2} = 1 \times 0 + 2 \times 0 = 0$$

$$z_3 = a_{13} c_{B_1} + a_{23} c_{B_2} = 2 \times 0 + 2 \times 0 = 0$$

$$z_4 = a_{14} c_{B_1} + a_{24} c_{B_2} = 1 \times 0 + 0 \times 0 = 0$$

$$z_5 = a_{15} c_{B_1} + a_{25} c_{B_2} = 0 \times 0 + 1 \times 0 = 0$$

Obtención del valor de la función objetivo con la solución actual



### Resolución interactiva del Simplex Dual

$c_{B_i}$	$c_j$	-3	-2	-3	0	0	
Variables básicas	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$s_1$	$s_2$	$x_{B_i}$	
0	$s_1$	-1	-2	-1	1	0	-1
0	$s_2$	-1	-2	-2	0	1	-7
	$Z_j$	0	0	0	0	0	0
	$Z_j - c_j$	3	2	3	0		

Para que la solución sea óptima debe ser factible. Dado que dicha condición no se cumple, la solución no es óptima y no es posible aplicar el método simplex.

Comprobamos si es posible aplicar el simplex dual para obtener la solución óptima.

Para ello, incluimos en la tabla dos nuevas filas. En la primera

$$Z_j = \sum_i a_{ij} c_{B_i}$$

Calculamos, de la misma forma el valor de la función objetivo con la solución actual.

En la segunda fila

$$Z_j - c_j$$

Obtención de la fila de costos reducidos

### Resolución interactiva del Simplex Dual

$c_{B_i}$	$c_j$	-3	-2	-3	0	0	
Variables básicas	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$s_1$	$s_2$	$x_{B_i}$	
0	$s_1$	-1	-2	-1	1	0	-1
0	$s_2$	-1	-2	-2	0	1	-7
	$Z_j$	0	0	0	0	0	0
	$Z_j - c_j$	3	2	3	0	0	

Para que la solución sea óptima debe ser factible. Dado que dicha condición no se cumple, la solución no es óptima y no es posible aplicar el método simplex.

Comprobamos si es posible aplicar el simplex dual para obtener la solución óptima.

Para ello, incluimos en la tabla dos nuevas filas. En la primera

$$Z_j = \sum_i a_{ij} c_{B_i}$$

Calculamos, de la misma forma el valor de la función objetivo con la solución actual.

En la segunda fila

$$Z_j - c_j$$

Dado que todos valores  $Z_j - c_j$  son mayores o iguales que cero, existe una base dual factible y podemos aplicar el simplex dual para obtener la solución óptima.

Determina la variable que sale de la base y la que entra

Comprobación de la existencia de base dual factible

Dado que en este caso, la solución básica inicial no es óptima, ya que no es factible, el siguiente paso que debe realizar el alumno es la búsqueda de una nueva solución básica que sea factible. Puesto que existe una base dual factible, el alumno debe aplicar el método del Simplex Dual para buscar una nueva solución básica, y, para ello, determinar la variable que sale de la base y la que entra. De nuevo al alumno se le plantean las opciones *Continuar y comprobar* y *Necesito ayuda*. A continuación mostramos solamente la explicación detallada y animada correspondiente a la opción *Necesito ayuda*.

### Resolución interactiva del Simplex Dual

		$c_j$	-3	-2	-3	0	0	
$c_B$	Variables básicas	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$s_1$	$s_2$	$x_{B_i}$	
0	$s_1$	-1	-2	-1	1	0	-1	
0	$s_2$	-1	-2	-2	0	1	-7	
	$z_j$	0	0	0	0	0	0	
	$z_j - c_j$	3	2	3	0	0		

**VARIABLE QUE SALE:**  
 De entre las variables básicas con valor negativo, deja la base la que tenga valor más negativo.  
 En este caso la variable  $s_2$

Determinación de la variable que sale en la base

### Resolución interactiva del Simplex Dual

		$c_j$	-3	-2	-3	0	0	
$c_B$	Variables básicas	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$s_1$	$s_2$	$x_{B_i}$	
0	$s_1$	-1	-2	-1	1	0	-1	
0	$s_2$	-1	-2	-2	0	1	-7	
	$z_j$	0	0	0	0	0	0	
	$z_j - c_j$	3	2	3	0	0		

**VARIABLE QUE SALE:**  
 De entre las variables básicas con valor negativo, deja la base la que tenga valor más negativo.  
 En este caso la variable  $s_2$

**VARIABLE QUE ENTRA:**  
 Fijada la variable que sale, se calcula el máximo de los cocientes entre los valores de los  $z_j - c_j$  y los elementos negativos de la fila correspondiente a la variable que deja la base.  
 En este caso

$$\max \left\{ \frac{3}{-1}, \frac{2}{-2}, \frac{3}{-1} \right\} = -1$$

y, por tanto, la variable que entra en la base es  $x_2$

Calcula los valores de la siguiente tabla del simplex

Continuar y comprobar
Necesito ayuda

Determinación de la variable que entra de la base

Una vez determinadas tanto la variable que entra como la que sale de la base, el siguiente paso para la resolución del problema planteado es la obtención de la nueva tabla del Simplex Dual asociada a las nuevas variables básicas (cambio de base en una iteración del método Simplex Dual). Al solicitarle al alumno que resuelva esta cuestión de nuevo se le ofrecen las posibilidades ya citadas. Mostramos a continuación la explicación detallada y animada asociada a la opción *Necesito ayuda*.



### Resolución interactiva del Simplex Dual

		$C_j$					
		-3	-2	-3	0	0	
$C_{B_i}$	Variables básicas	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$S_1$	$S_2$	$X_{B_i}$
0	$S_1$	-1	-2	-1	1	0	-1
0	$S_2$	-1	-2	-2	0	1	-7
	$Z_j$	0	0	0	0	0	0
	$Z_j - C_j$	3	2	3	0	0	
0	$S_1$						
-2	$X_2$						

**PRIMER PASO:** Determinación del elemento pivote

Elemento de la tabla correspondiente a la variable que sale de la base y la que entra.

En este caso el elemento marcado, que toma el valor -2.

Obtención del elemento pivote

### Resolución interactiva del Simplex Dual

		$C_j$					
		-3	-2	-3	0	0	
$C_{B_i}$	Variables básicas	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$S_1$	$S_2$	$X_{B_i}$
0	$S_1$	-1	-2	-1	1	0	-1
0	$S_2$	-1	-2	-2	0	1	-7
	$Z_j$	0	0	0	0	0	0
	$Z_j - C_j$	3	2	3	0	0	
0	$S_1$						
7	$X_2$	1/2	1	1	0	-1/2	7/2

**SEGUNDO PASO:** Cálculo de los elementos de la fila de la nueva variable básica

Los valores de dicha fila se obtienen dividiendo la fila correspondiente en la tabla anterior por el elemento pivote.

Cálculo de los valores de la fila correspondiente a la nueva variable básica

### Resolución interactiva del Simplex Dual

		$C_j$					
		-3	-2	-3	0	0	
$C_{B_i}$	Variables básicas	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$S_1$	$S_2$	$X_{B_i}$
0	$S_1$	-1	-2	-1	1	0	-1
0	$S_2$	-1	-2	-2	0	1	-7
	$Z_j$	0	0	0	0	0	0
	$Z_j - C_j$	3	2	3	0	0	
0	$S_1$	0	0	1	1	-1	6
-2	$X_2$	1/2	1	1	0	-1/2	7/2

**TERCER PASO:** Cálculo de los elementos del resto de las filas

Fijada la nueva variable básica (en este caso  $x_2$ ), consideramos su fila asociada en la tabla anterior, y de ella seleccionamos el valor correspondiente a la variable de la nueva fila que queremos calcular.

Queremos calcular la primera fila de la nueva tabla. Por tanto, en nuestro caso el valor seleccionado es -2.

La nueva fila se calcula restando a la misma fila de la tabla anterior la fila de la variable básica en la tabla actual, previamente multiplicada por el valor seleccionado.

Cálculo de los valores de las restantes filas



Finalmente, cuando se le solicita al alumno, en una de las iteraciones del método Simplex Dual, que compruebe si la solución es óptima siendo la respuesta afirmativa, la pantalla que aparece es la que se muestra en la siguiente figura.

AUTORAS: [M.J. García-Ligero Ramírez](#) y [P. Román Román](#)  
 Departamento de Estadística e I.O. Universidad de Granada

### Resolución interactiva del Simplex Dual

		$c_j$	-3	-2	-3	0	0	
$c_{B_i}$	Variables básicas	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$s_1$	$s_2$	$X_{B_i}$	
0	$s_1$	-1	-2	-1	1	0	-1	-1
0	$s_2$	-1	-2	-2	0	1	-7	-7
	$Z_j$	0	0	0	0	0	0	0
	$Z_j - c_j$	3	2	3	0	0		
0	$s_1$	0	0	1	1	-1	6	6
-2	$X_2$	1/2	1	1	0	-1/2	7/2	7/2
	$Z_j$	-1	-2	-2	0	1	-7	-7
	$Z_j - c_j$	2	0	1	0	1		

Solución óptima:

$x_1 = 0, x_2 = 7/2, x_3 = 0, Z = 7$

Para ello, de forma análoga a la tabla anterior, incluimos en la nueva tabla dos nuevas filas con los valores de  $Z_j$  y  $Z_j - c_j$ .

Los valores cada  $Z_j$  se obtienen multiplicando cada columna de la tabla por los correspondientes costes de las variables básicas y sumando.

Calculamos, de la misma forma el valor de la función objetivo con la solución actual.

Calculamos ahora los valores de  $Z_j - c_j$  restando de la fila anterior la fila de costos.

Para que la solución sea óptima, como ya las variables básicas son factibles, se debe verificar que todos los elementos  $Z_j - c_j$  sean mayores o iguales que cero.

Dado que dicha condición se cumple, la solución  $x_1 = 0, x_2 = 7/2$  es óptima.

Verificación de la optimalidad de la solución de un problema de P. L.