



EXAMEN DE INVESTIGACIÓN OPERATIVA

PROBLEMAS

1. Una persona en edad de crecimiento necesita diariamente al menos 75gr. de proteínas, 90gr. de grasas y como máximo 30gr. de hidratos de carbono. Supongamos que se quieren proporcionar esos ingredientes a partir de los siguientes alimentos

	Proteínas	Grasas	Hidratos de C.
Pan	2.5	0.5	15
Queso	7	10	0
Margarina	0	30	0

Sabiendo que el precio por gramo de cada producto es 0.5, 2 y 1 euros respectivamente, determinar la combinación de alimentos que asegure los requerimientos diarios al coste mínimo.

2. Las siguientes tablas del simplex son la tabla inicial y óptima de un problema en forma estándar de maximizar.

TABLA INICIAL

	-1	3	-2	0	0	0	
	x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	s_3	b_i
s_1	3	-1	2	1	0	0	7
s_2	-2	4	0	0	1	0	12
s_3	-4	3	8	0	0	1	10

TABLA ÓPTIMA

	-1	3	-2	0	0	0	
	x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	s_3	b_i
x_1	1	0	0,8	0,4	0,1	0	4
x_2	0	1	0,4	0,2	0,3	0	5
s_3	0	0	10	1	-0,5	1	11

- ¿Cuál es el precio sombra asociado a la primera y segunda restricción? ¿Qué significa?
- Determinar el rango de variación de c_2 . Si este costo ha aumentado dos unidades, ¿cambia la solución? Razona la respuesta.
- Determinar el rango de variación del segundo recurso. Si se cambiara este recurso por 12 unidades ¿en qué forma se modificaría la solución? ¿Cuál es el rango de variación si cambian los tres recursos?
- Se incorpora una nueva variable cuyo costo es de 2 unidades y las tasas de uso correspondientes a esta variable son (0, 2, 1) Cambiarla la solución óptima?. Razonar la respuesta. ¿Cuál sería la nueva tabla?
- Determinar las soluciones del problema para $t \in \mathbb{R}$, si $b^0 = (10, 0, -20)$.

3. Se imprimen copias de una revista de éxito en dos imprentas diferentes situadas una en Madrid y otra en Barcelona. En cada una de ellas se imprimen 5000 copias de esta revista. De cada imprenta las revistas son enviadas a tres distribuidoras regionales. Para este mes, el distribuidor de Andalucía demanda al menos 4000 copias, el de Castilla-León 2000 copias y el de Galicia 2500 copias. El costo de envío por revista desde cada imprenta a cada distribuidor se presenta en la siguiente tabla.

Distribuidores			
Imprentas	Andalucía	Castilla-L	Galicia
Madrid	7	5	10
Barcelona	3	11	4

- a) Como gerente de la empresa, determinar el plan de envío de menor costo. (Utilizar el método del elemento mínimo)
- b) Plantear el problema anterior como un problema de programación lineal.

SOLUCIONES

1. Planteamiento del problema lineal

$$\begin{aligned} \text{Mín } Z &= 0.5x_1 + 2x_2 + x_3 \\ \text{s.a. } 2.5x_1 + 7x_2 &\geq 75 \\ 0.5x_1 + 10x_2 + 30x_3 &\geq 90 \\ 15x_1 &\leq 300 \end{aligned}$$

$$x_i \geq 0, \quad i = 1, 2, 3.$$

Solución: $x_1 = 20, x_2 = 3.571, x_3 = 1.476$ y $Z = 18.618$.

2. a) $y_1 = 0.2$ e $y_2 = 0.8$.
- b) El rango de variación de c_2 es $(2, +\infty)$. Si aumenta en 2 unidades la solución permanece óptima, $x_1 = 4$, $x_2 = 5$, $x_3 = 0$, y lo que cambia es el valor de la función objetivo, $Z = 21$.
- c) El rango de variación del segundo recurso es $(-4.6, 34)$. Si se cambia por 12 unidades, las variables básicas son las mismas pero con diferentes valores, $x_1 = 5.2$, $x_2 = 8.6$, $x_3 = 0$ y $Z = 20.6$.

El rango de variación de los tres recursos no se puede determinar de forma explícita. Los recursos deben verificar

$$\begin{aligned} 0.4b_1 + 0.1b_2 &\geq 0 \\ 0.2b_1 + 0.3b_2 &\geq 0 \\ b_1 - 0.5b_2 + b_3 &\geq 0 \end{aligned}$$

- d) Sí cambia ya que la solución óptima no verifica la nueva restricción. La nueva tabla es

	-1	3	-2	0	0	0	0	
	x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	s_3	s_4	x_B
x_1	1	0	0.8	0.4	0.1	0	0	4
x_2	0	1	0.4	0.2	0.3	0	0	5
s_3	0	0	10	1	-0.5	1	0	11
s_4	0	0	-1.8	1.4	-0.7	0	1	-15

e)

Rango	Solución	Función objetivo
$t \in (-\infty, -1)$	Infactible	
$t \in (-1, 1.1)$	$x_1 = 4 + 4t, x_2 = 5 + 2t, x_3 = 0$	$Z = 11 + 2t$
$t \in (1.1, 2.9)$	$x_1 = 6.2 + 2t, x_2 = 11.6 - 4t, x_3 = 0$	$Z = 28.6 - 14t$
$t \in (2.9, +\infty)$	Infactible	

3. Planteamiento del problema de transporte como un problema lineal

$$\begin{aligned} \text{Mín } Z &= 7x_{11} + 5x_{12} + 10x_{13} + 3x_{21} + 11x_{22} + 4x_{23} \\ \text{s.a.} \quad &x_{11} + x_{12} + x_{13} \leq 5000 \\ &x_{21} + x_{22} + x_{23} \leq 5000 \\ &x_{11} + x_{21} \geq 4000 \\ &x_{12} + x_{22} \geq 2000 \\ &x_{13} + x_{23} \geq 2500 \\ &x_{ij} \in \mathbb{Z}^+, \forall i, j \end{aligned}$$

Solución: $x_{11} = 1500$, $x_{12} = 2000$, $x_{13} = 0$, $x_{21} = 2500$, $x_{22} = 0$, $x_{23} = 2500$ y $Z = 38000$.