

Red Española de Análisis Geométrico

Reunión de investigadores

16 - 17 Enero 2025

Santiago de Compostela, Spain

Bienvenida

La Red Española de Análisis Geométrico (REAG), financiada por el Ministerio de Economía y Competitividad (RED2022-134077-T), se creó con la finalidad de facilitar el intercambio de ideas y la transferencia de conocimientos entre los grupos españoles de investigación que tienen al Análisis Geométrico como línea común de estudio.

Entre los objetivos de la REAG podemos destacar los siguientes:

- Organizar cursos tanto avanzados como de doctorado, sobre temas de especial relevancia en Análisis Geométrico en este momento.
- Promover el intercambio de profesores/investigadores invitados entre los miembros de la red.
- Promover las visitas de investigadores entre los distintos centros de la red temática.
- Organizar un seminario de estudiantes.
- Organizar una reunión común para los miembros de la red.

El Análisis Geométrico se ocupa de los problemas en los que se unen la Geometría Diferencial y las Ecuaciones Diferenciales. Pero por su propia naturaleza este área se interrelaciona tanto con otras ramas de las matemáticas (Topología, Análisis, Variable compleja, Probabilidad, etcétera) que podríamos decir que se caracteriza más por el modo de mirar los problemas que por los contenidos.

Los problemas originales de este área suelen venir de la Geometría riemanniana (intrínseca y extrínseca) y de sus relaciones con la Topología y el Análisis, siendo estas relaciones uno de los motores fundamentales del tema.

Contents

Bienvenida	iii
Organization	1
Programa	3
Información práctica	5
Abstracts	7
Antonio Alarcón López	7
Luis José Alías Linares	7
Antonio Jesús Cañete Martín	7
David González Álvaro	8
Vicente Miquel Molina	8
Pablo Mira Carrillo	9
Vicente Palmer Andreu	9
Víctor Sanmartín López	9
Gil Solanes Farrés	10
Participantes	11

Organization

Comité organizador

Miguel Brozos Vázquez, CITMAga, Universidade da Coruña.

José Carlos Díaz Ramos, CITMAga, Universidade de Santiago de Compostela.

Miguel Domínguez Vázquez, CITMAga, Universidade de Santiago de Compostela.

Eduardo García Río, CITMAga, Universidade de Santiago de Compostela.

Patrocinadores

Red Española de Análisis Geométrico (REAG)

Centro de Investigación e Tecnoloxía Matemática de Galicia (CITMAga)

Información de contacto

eduardo.garcia.rio@usc.es

Programa

Todas las conferencias tendrán lugar en el Salón de Grados de la Facultad de Matemáticas de la Universidade de Santiago de Compostela.

Las conferencias serán de 40 minutos, dejando cinco minutos para alguna cuestión rápida, con la idea de fomentar las discusiones durante las pausas de café o la comida.

Horario	16 de Enero	17 de Enero
9:30-10:10	Vicente Miquel Molina	Luis Alías
10:15-10:55	Pablo Mira Carrillo	Antonio Alarcón
11:00-11:30	<i>pausa café</i>	<i>pausa café</i>
11:30-12:10	Antonio Cañete	Víctor Sanmartín López
12:15-12:55	Vicente Palmer Andreu	
13:00-15:30	<i>comida</i>	
15:30-16:10	Gil Solanes Farrés	
16:15-16:55	David González Álvaro	
17:00-17:40		
17:45-18:25		

Información práctica

Conexión a internet

Puedes conectarte a internet a través de **eduroam**, siempre que tengas el sistema configurado en tu dispositivo.

Restaurantes

Existen varias opciones para comer cerca de la Facultad de Matemáticas:

- Algunos restaurantes cerca del campus, como *Sicilia in Bocca*, *Santos*, *Xugo*, *Xantar* o *Altamira*, ofrecen menús sobre 12-15 euros.
- Restaurantes veganos y/o vegetarianos en el centro histórico como, por ejemplo *Boca a boca*, *Malak Bistro*, *A Tulla* o *The Veggie Carmen*.
- La cafetería de la Facultad de Matemáticas (en el propio edificio de la reunión), de la Escola Técnica Superior de Enxeñaría - ETSE (200m), o las cafeterías Fonseca y Rodríguez-Cadarso (300m) ofrecen menús por 8.50 euros. Teniendo en cuenta el horario de clases, estas cafeterías están muy concurridas a partir de las 13:30.

Transporte

- El aeropuerto internacional Rosalía de Castro-Lavacolla, está a 15 kms del centro de la ciudad. Hay un servicio de autobús que conecta el aeropuerto con el centro de Santiago. Es posible también desplazarse en taxi, con una tarifa fija de 23€ entre el aeropuerto y cualquier punto de la ciudad.
- La estación de tren está a 10 minutos caminando desde el Hotel Exe Peregrino, que a su vez se encuentra a 5 minutos de la Facultad de Matemáticas.

Alojamiento

Los participantes tienen reservadas habitaciones en el Hotel Exe Peregrino con cargo a la organización, situado entre la estación de tren y la Facultad de matemáticas, aproximadamente a 10 minutos caminando entre la estación de tren y 5 de la facultad.

Abstracts

LA APLICACIÓN DE GAUSS DE LAS SUPERFICIES MÍNIMAS

ANTONIO ALARCÓN LÓPEZ
(Universidad de Granada)

Bonnet (1860) y Christoffel (1867) demostraron que una superficie inmersa en un espacio euclídeo es mínima si y solo si su aplicación de Gauss es holomorfa. Desde entonces, la aplicación de Gauss ha sido un objeto de gran interés en la teoría de superficies mínimas. A través de ella, métodos analítico-complejos han jugado un papel principal en esta teoría, la literatura es amplia. En esta charla discutiremos algunas propiedades muy básicas de la aplicación de Gauss que han sido descubiertas solo recientemente mediante herramientas del análisis complejo moderno. Si el tiempo lo permite, también discutiremos algunas aplicaciones de estas propiedades.

PRINCIPIOS DEL MÁXIMO EN EL INFINITO Y APLICACIONES GEOMÉTRICAS

LUIS JOSÉ ALÍAS LINARES
(Universidad de Murcia)

En esta conferencia presentaremos algunas nuevas formas de principios del máximo en el infinito para variedades riemannianas completas y no compactas, y mostraremos algunas de sus aplicaciones a diferentes problemas geométricos, como resultados de tipo Bernstein y aplicaciones a grafos de capilaridad y grafos de curvatura media prescrita. Los resultados que vamos a presentar son fruto de nuestra colaboración en los últimos años con los profesores Antonio Caminha y F. Yure do Nascimento, de la Universidad Federal do Ceará en Fortaleza (Brasil), así como con los profesores Marco Rigoli y Giulio Colombo, de la Università degli Studi di Milano (Italia).

EL CONJUNTO DE CHEEGER DE UN CUERPO PLANO CONVEXO ROTACIONALMENTE SIMÉTRICO

ANTONIO JESÚS CAÑETE MARTÍN
(Universidad de Granada)

Sea Ω un cuerpo plano convexo k -rotacionalmente simétrico, y sea C_Ω su conjunto de Cheeger asociado (es decir, el subconjunto de Ω que minimiza el cociente entre el perímetro y el área encerrada). En esta charla, describiremos algunas propiedades de C_Ω . En primer lugar, demostraremos que C_Ω es siempre un conjunto k -rotacionalmente

simétrico. Posteriormente, tras introducir las nociones de *vértices* y *lados* de Ω , demostraremos que la frontera de C_Ω toca todos los lados de Ω (es decir, Ω es un conjunto Cheeger-regular).

Referencia principal: Cheeger sets for rotationally symmetric planar convex bodies (Antonio Cañete). Results Math., 2022.

FLUJO DE RICCI Y CURVATURA POSITIVA

DAVID GONZÁLEZ ÁLVARO
(Universidad Politécnica de Madrid)

Resumen: Desde que Hamilton introdujo el Flujo de Ricci en 1982, un problema fundamental ha consistido en determinar qué condiciones de curvatura se preservan a lo largo del flujo. En esta charla nos restringiremos a nociones de curvatura positiva, y repasaremos varios resultados al respecto. En particular, mencionaré varios ejemplos, contruidos en colaboración con Masoumeh Zarei, que dan una respuesta negativa al problema.

LAZOS GEODÉSICOS SOBRE TETRAEDROS EN LAS FORMAS ESPACIALES

VICENTE MIQUEL MOLINA
(Universidad de Valencia)

Una curva geodésica en una superficie (no necesariamente C^2) es una curva que, para cualquier punto x de su traza Γ , existe un entorno U de x en Γ tal que, para cada dos puntos p, q en este entorno, el segmento de γ entre p y q representa la distancia entre p y q en la superficie. Dado un tetraedro, una curva cerrada simple (sin autointersecciones) que pasa por un solo vértice A que es una geodésica excepto en A se llama un lazo geodésico simple.

Los lazos geodésicos sobre tetraedros se estudiaron sólo para el espacio euclidiano y se sabía que no existen lazos geodésicos simples sobre tetraedros regulares. Aquí demostramos que:

- 1) En el espacio esférico, no existen bucles geodésicos simples sobre tetraedros con ángulos internos $\pi/3 < \alpha_i < \pi/2$ o tetraedros regulares con $\alpha_i = \pi/2$, y existen tres bucles geodésicos simples para cada vértice.
- 2) Obtenemos también un nuevo teorema sobre geodésicas simples cerradas: Si los ángulos α_i de las caras de un tetraedro satisfacen $\pi/3 < \alpha_i < \pi/2$ y todas las caras del tetraedro son congruentes, entonces existen al menos 3 geodésicas simples cerradas.
- 3) En el espacio hiperbólico, para cada tetraedro regular T y cada par de números coprimos (p, q) , existe un lazo geodésico simple de tipo (p, q) a través de cada vértice de T . Los lazos geodésicos que hemos encontrado en los tetraedros en el espacio hiperbólico son también cuasi-geodésicas

Trabajo conjunto con Alexander Borisenko

EL TEOREMA DE LOS 4 SEMICÍRCULOS

PABLO MIRA CARRILLO
(Universidad Politécnica de Cartagena)

La siguiente es una conjetura clásica de Alexandrov: "todo ovaloide del espacio euclídeo tridimensional cuyas curvaturas principales cumplan la desigualdad $(k_1 - c)(k_2 - c) \leq 0$ en todo punto para algún $c > 0$ ha de ser una esfera de radio $1/c$ ". En esta charla explicaremos el origen de la conjetura, indicaremos un contraejemplo debido a Martínez-Maure (2001), y expondremos cuál es la versión "correcta" de la conjetura, esto es, cuál es el mejor teorema de "redondez" posible para todo ovaloide que cumpla la desigualdad anterior. Este último resultado es un trabajo en colaboración con José A. Gálvez.

ISOPERIMETRY, SYMMETRIZATION OF POISSON'S EQUATION AND FIRST EIGENVALUE OF THE LAPLACIAN

VICENTE PALMER ANDREU
(Universidad Jaume I)

Resumen: We shall present some new comparison results for the symmetrized solution of a general Poisson equation posed on a open and bounded domain in a Riemannian manifold, (known also in the literature as "Talenti-type comparisons"). These results constitute an attempt to generalize those known so far, while attempting to establish new geometric contexts in which they are true. They will also be used to obtain new lower bounds for the first eigenvalue of the Dirichlet eigenvalue problem posed on open and bounded domains of a Riemannian manifold.

ACCIONES DE COHOMOGENEIDAD UNO EN ESPACIOS SIMÉTRICOS DE TIPO NO COMPACTO

VÍCTOR SANMARTÍN LÓPEZ
(CITMAga, Universidade de Santiago de Compostela)

Una acción isométrica de un grupo de Lie sobre una variedad de Riemann se dice de cohomogeneidad uno si admite órbitas de codimensión uno.

Aunque en 1939, como consecuencia de un trabajo de Cartan, se logró la clasificación de este tipo de acciones en los espacios hiperbólicos reales, no fue hasta finales de los 90 cuando Berndt y Tamaru iniciaron el camino para investigarlas de manera sistemática en espacios simétricos de tipo no compacto. Desde entonces, además de resultados de tipo estructural, se han obtenido clasificaciones para todos los espacios de rango uno, varios de los de rango dos, y los espacios $SL(n, \mathbb{R})/SO(n)$.

En esta charla, presentaré un trabajo en colaboración con Ivan Solonenko, en el que resolvemos el problema de clasificación de las acciones de cohomogeneidad uno en los espacios simétricos de tipo no compacto.

VALORACIONES EN VARIEDADES DE KÄHLER

GIL SOLANES FARRÉS

(Universitat Autònoma de Barcelona)

En el marco de la teoría de valoraciones en variedades de Alesker, los funcionales de Lipschitz-Killing generan un álgebra asociada canónicamente a toda variedad de Riemann. En el caso de la esfera y del espacio hiperbólico, esta álgebra coincide con el espacio de valoraciones invariantes por isometrías. Esto implica, por ejemplo, que las álgebras de valoraciones invariantes de la esfera y del espacio euclídeo son isomorfas. En la charla presentaremos un álgebra canónica de valoraciones asociada a cualquier variedad de Kähler [2]. En el proyectivo complejo, esta álgebra coincide con el espacio de valoraciones invariantes por isometrías, dando lugar a un isomorfismo canónico entre las álgebras de valoraciones invariantes de los espacios proyectivo y euclídeo complejos. A su vez, esto explica de forma satisfactoria algunos resultados un tanto sorprendentes en geometría integral hermítica [1]. Trabajo conjunto con A. Bernig, J.H.G. Fu y T. Wannerer.

- [1] A. Bernig, J.H.G. Fu y G. Solanes, Integral geometry of complex space forms. *Geom. Funct. Anal.* 24 (2014), 403–492.
- [2] A. Bernig, J.H.G. Fu, G. Solanes y T. Wannerer, The Weyl tube formula for Kähler manifolds, arXiv:2209.05806

Participantes

1. Jesús A. Álvarez López, CITMAga, Universidade de Santiago de Compostela.
2. Antonio Alarcón, Universidad de Granada.
3. Luis Alías Linares, Universidad de Murcia
4. Miguel Brozos Vázquez, CITMAga, Universidade da Coruña.
5. Sandro Caeiro Oliveira, Universidade de Vigo
6. Antonio Cañete, Universidad de Granada.
7. Ángel Cidre Díaz, CITMAga, Universidade de Santiago de Compostela.
8. José Carlos Díaz Ramos, CITMAga, Universidade de Santiago de Compostela.
9. Miguel Domínguez Vázquez, CITMAga, Universidade de Santiago de Compostela.
10. Eduardo García Río, CITMAga, Universidade de Santiago de Compostela.
11. David González Álvaro, Universidad Politécnica de Madrid
12. Ixchel D. Gutiérrez Rodríguez, Universidade de Vigo
13. Vicente Miquel Molina, Universidad de Valencia.
14. Juan Manuel Lorenzo Naveiro, CITMAga, Universidade de Santiago de Compostela.
15. Pablo Mira Carrillo, Universidad de Cartagena.
16. Diego Mojón Álvarez, CITMAga, Universidade de Santiago de Compostela.
17. Vicent Palmer Andreu, Universidad Jaume I.
18. Mario Julián Rodríguez Sánchez de Toca, CITMAga, Universidade de Santiago de Compostela.
19. Rosalía Rodríguez-Gigirey Villar, CITMAga, Universidade de Santiago de Compostela.
20. Alberto Rodríguez Vázquez, Universidad Libre de Bruselas.
21. Víctor Sanmartín Vázquez, CITMAga, Universidade de Santiago de Compostela.
22. Gil Solanes, Universidad Autónoma de Barcelona.
23. Ramón Vázquez Lorenzo, IES de Ribadeo Dionisio Gamallo.